

EXEMPLES DE FILTRES ELECTRIQUES

8



Un égaliseur (égaliseur en anglais) ou correcteur, est un outil utilisé aussi bien pour l'enregistrement sonore, le mixage ou la sonorisation, afin d'augmenter ou de diminuer le volume sonore de certaines bandes de fréquences d'un son.

- ◆ Les filtres sont indissociables de l'acoustique, de la radiophonie et de plusieurs autres domaines.
- ◆ Les filtres sont utilisés dans la conception des chaînes Hifi, des émetteurs, des récepteurs et des tables de mixage, etc.
- ◆ Dans le domaine des asservissements, les filtres utilisés sont appelés des correcteurs. Comment fonctionnent ces filtres en acoustique ?

EXEMPLES DE FILTRES ÉLECTRIQUES

Dans une enceinte acoustique, chaque haut-parleur est spécialisé dans la reproduction d'une bande de fréquences particulière. Pour pouvoir sélectionner la bande fréquentielle adaptée à chaque haut-parleur, on utilise différents types de filtres. Parmi ces filtres, il y a ceux qui laissent passer les fréquences basses en s'opposant au passage des fréquences élevées. D'autres filtres sont transparents pour les signaux de hautes fréquences. Comment faut-il choisir le filtre adéquat ? Peut-on expliquer les différentes réponses, en gain, de deux filtres ayant les mêmes composants ?

1 FILTRE PASSE-BAS PASSIF

1.1- ÉTUDE EXPÉRIMENTALE

A l'aide d'un conducteur ohmique de résistance $R = 318 \Omega$ et d'un condensateur de capacité $C = 0,47 \mu\text{F}$, on réalise le filtre RC d'entrée $u_E(t)$ et de sortie $u_S(t)$, comme le montre la figure 1. Un générateur basse fréquence, délivrant une tension sinusoïdale de fréquence N réglable, alimente ce filtre. Pour suivre l'évolution des tensions $u_E(t)$ et $u_S(t)$, on relie respectivement les points E et S du filtre aux voies Y_1 et Y_2 de l'oscilloscope comme le montre la figure 1, et on ferme l'interrupteur K.

La tension d'entrée du filtre est sinusoïdale et de la forme :

$$u_E(t) = U_{Em} \sin(2\pi Nt + \varphi_E).$$

L'expérience consiste à faire varier la fréquence N de la tension d'entrée $u_E(t)$, avec $U_{Em} = 5 \text{ V}$. Pour chaque valeur de N , on note la valeur maximale U_{Sm} de la tension de sortie. Pour trois fréquences différentes N_1 , N_2 et N_3 de N et avec les mêmes sensibilités des deux voies de l'oscilloscope, on obtient les oscillogrammes des figures 2a, 2b et 2c.

Par exploitation des résultats de l'étude expérimentale, décrite précédemment, on trace la courbe de réponse en gain $G(N)$ du filtre RC, donnée par la figure 3.

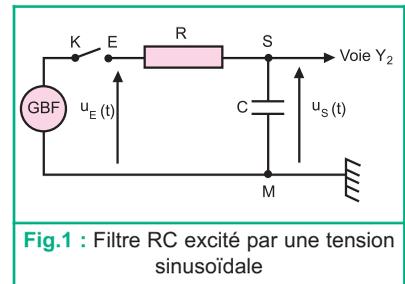


Fig.1 : Filtre RC excité par une tension sinusoïdale

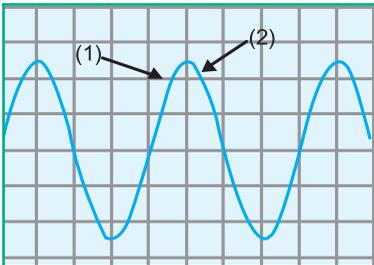


Fig.2a : $u_E(t)$ et $u_S(t)$ pour $N_1 = 50 \text{ Hz}$

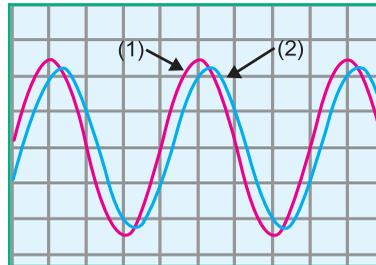


Fig.2b : $u_E(t)$ et $u_S(t)$ pour $N_2 = 500 \text{ Hz}$

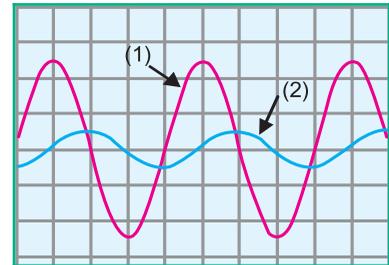
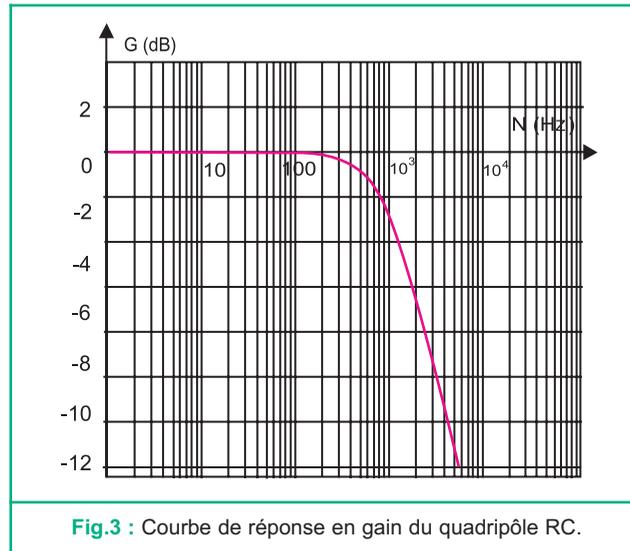


Fig.2c : $u_E(t)$ et $u_S(t)$ pour $N_3 = 5 \text{ kHz}$



Questions

- 1°) A l'aide des oscillogrammes des figures 2b et 2c :
- vérifier que $u_s(t)$ est en retard de phase par rapport à $u_E(t)$,
 - comparer la valeur de U_{Sm} à celle de U_{Em} .
- 2°) Par exploitation de la courbe de réponse $G(N)$ de la figure 3 :
- a- déterminer graphiquement, la fréquence de coupure N_c du filtre.
En déduire la largeur de sa bande passante.
 - b- Justifier le comportement du filtre pour les hautes fréquences.

Constatations

La tension d'entrée $u_E(t)$ est transmise, à travers le filtre, avec conservation de la forme et de la fréquence. Ainsi, le filtre RC est linéaire.

D'autre part, le filtre est passant pour les faibles fréquences ($N < 1000$ Hz). Par contre, il est non passant pour les fréquences élevées ($N > 1$ kHz).

En effet, d'après la figure 3 on a le gain G qui vérifie : $G \geq G_0 - 3$ dB pour $N < 1000$ Hz.

Par conséquent, dans cette plage de fréquences, le signal d'entrée est transmis sans

atténuation appréciable car on a : $U_{Sm} \geq \frac{U_{Em}}{\sqrt{2}}$.

Remarque

Aux hautes fréquences, $u_s(t)$ est en quadrature retard de phase par rapport à $u_E(t)$.

Conclusion

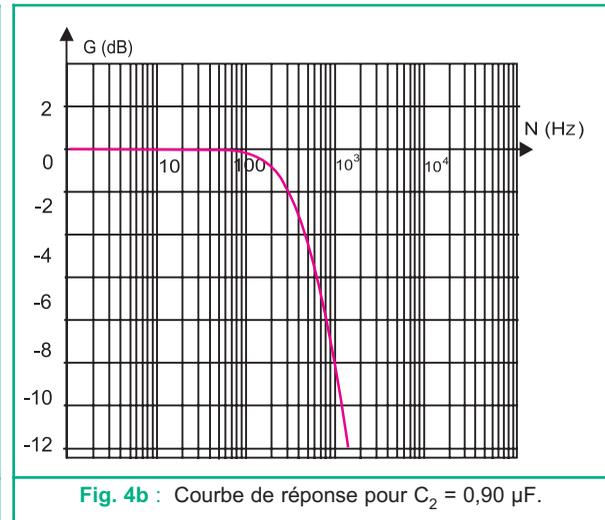
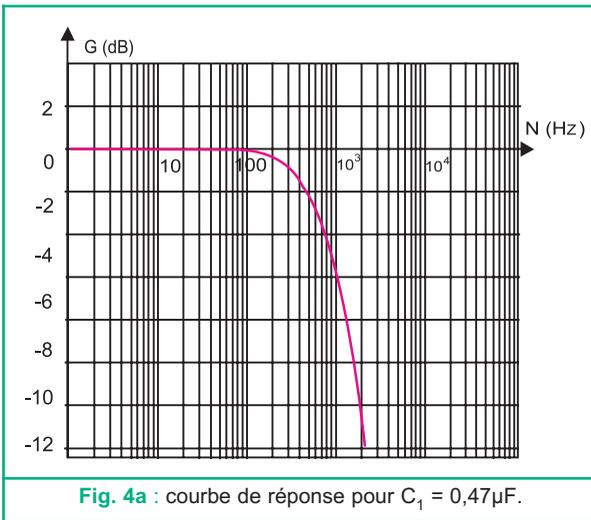
Le filtre RC est appelé filtre passe-bas, car il est passant pour les faibles fréquences et non passant pour les grandes fréquences. Un filtre passe-bas est caractérisé par sa fréquence de coupure haute N_h .

1.2- FRÉQUENCE DE COUPURE ET BANDE PASSANTE D'UN FILTRE PASSE-BAS

On se propose d'étudier expérimentalement l'effet de la variation de la valeur de l'une des grandeurs d'un filtre passe-bas (R ou C) sur la bande passante et la fréquence de coupure.

Expérience 1

Dans le montage de la figure 1, avec la même valeur de $R = 318 \Omega$ et deux valeurs $C_1 = 0,47 \mu\text{F}$ et $C_2 = 0,90 \mu\text{F}$ de la capacité C du condensateur, on réalise deux filtres RC. Pour chaque filtre, on fait varier la fréquence N du signal d'entrée et on trace la courbe de réponse en gain. Les courbes de réponse sont données par les figures 4a et 4b.



Questions

- 1°) Déterminer, graphiquement, les fréquences de coupures N_{h1} et N_{h2} obtenues respectivement avec C_1 et C_2 .
- 2°) Préciser l'effet de la variation de la capacité C sur la largeur de la bande passante d'un filtre RC.

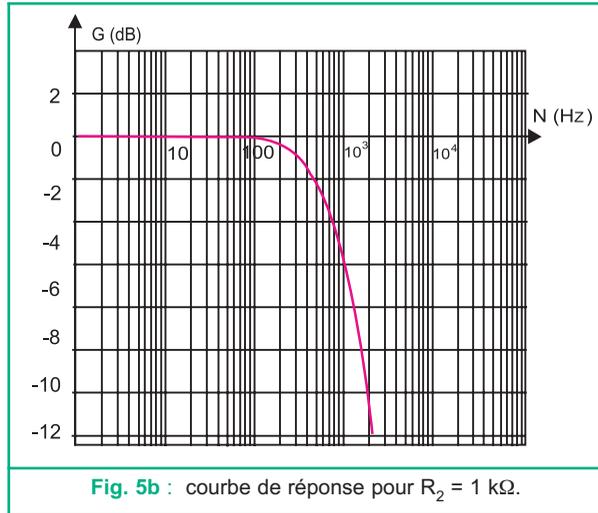
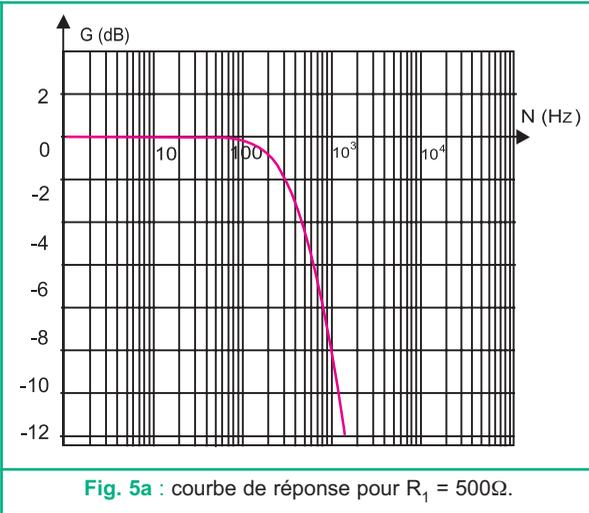
Constatations

Avec la même valeur de $R = 318 \Omega$, la fréquence de coupure N_{h1} du filtre est égale à 1060Hz pour $C_1 = 0,47 \mu\text{F}$. Cette fréquence prend la valeur $N_{h2} = 552 \text{ Hz}$ pour une valeur de $C_2 = 0,90 \mu\text{F}$. Ainsi, l'augmentation de la valeur de la capacité C du condensateur fait diminuer la fréquence de coupure haute N_h du filtre.

Expérience 2

Dans le montage de la figure 1, avec la même valeur de $C_1 = 0,47 \mu\text{F}$ et deux valeurs $R_1 = 500 \Omega$ et $R_2 = 1 \text{ k}\Omega$, de la résistance R du conducteur ohmique, on réalise deux filtres RC. Pour chaque filtre, on fait varier la fréquence N du signal d'entrée et on trace la courbe de réponse en gain : $G = f(N)$.

Les deux courbes de réponse sont données par les figures 5a et 5b.



Questions

- 1°) Déterminer, graphiquement, les fréquences de coupures N'_{h1} et N'_{h2} du filtre obtenues respectivement avec R_1 et R_2 .
- 2°) Préciser l'effet de variation de la valeur de la résistance R du conducteur ohmique sur la largeur de la bande passante du filtre.

Constatations

Avec la même valeur $C_1 = 0,47\mu\text{F}$ de la capacité C , la fréquence de coupure $N'_{h1} = 670\text{ Hz}$ pour $R_1 = 500\ \Omega$. Cette fréquence prend la valeur $N'_{h2} = 340\text{ Hz}$ pour une valeur de $R_2 = 1\text{ k}\Omega$. Ainsi, l'augmentation de la valeur de la résistance R du conducteur ohmique fait diminuer la fréquence de coupure haute N_h du filtre.

Conclusion

L'augmentation de la valeur de la résistance R du conducteur ohmique ou de la capacité C du condensateur a pour effet la diminution de la fréquence de coupure haute N_h du filtre RC, et par suite la diminution de la largeur de sa bande passante.

1.3- ETUDE THÉORIQUE

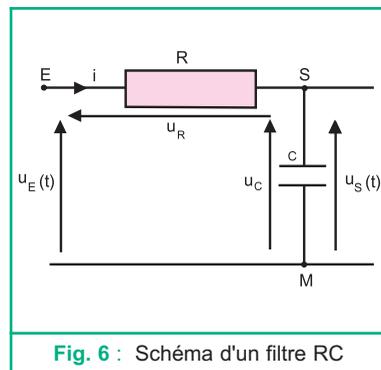
Mise en équation

L'application de la loi des mailles au schéma du circuit de la figure 6, donne: $u_R(t) + u_S(t) - u_E(t) = 0$.

Par suite : $u_R(t) + u_S(t) = u_E(t)$, avec $u_S(t) = u_C(t)$.

D'autre part on a:

- $u_C(t) = \frac{q(t)}{C}$ où $q(t)$ est la charge du condensateur,
- $u_R(t) = R i(t)$ avec $i(t) = \frac{dq}{dt}$ et $q(t) = C \cdot u_C(t)$.
- $u_R(t) = RC \frac{du_S}{dt}$.



Equation différentielle en u_s

En exprimant $u_R(t)$ en fonction de $u_S(t)$, on a : $RC \frac{du_S}{dt} + u_S = u_E$ (1)

La tension d'entrée étant sinusoïdale et de la forme : $u_E(t) = U_{Em} \sin(2\pi Nt + \varphi_E)$, l'équation différentielle (1) admet une solution particulière de la forme: $u_S(t) = U_{Sm} \sin(2\pi Nt + \varphi_S)$.

Fonction de transfert T

Pour établir l'expression de la fonction de transfert T du filtre, on fait recours à la construction de Fresnel.

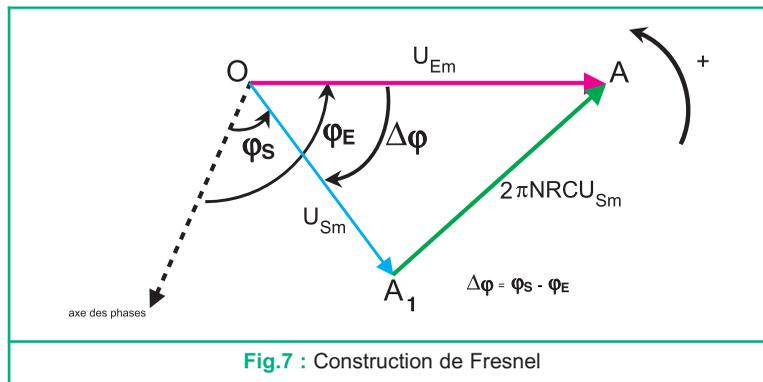
Pour cela, on associe, aux termes : $u_S(t)$, $RC \frac{du_S}{dt}$ et $u_E(t)$ respectivement les vecteurs de

Fresnel : \vec{OA}_1 , \vec{OA}_2 et \vec{OA} .

On obtient ainsi :

$\vec{OA}_1 [U_{Sm}, \varphi_S]$, $\vec{OA}_2 [2\pi NRCU_{Sm}, \varphi_S + \frac{\pi}{2}]$ et $\vec{OA} [U_{Em}, \varphi_S]$, avec $\vec{OA}_1 + \vec{OA}_2 = \vec{OA}$.

Ce qui donne la construction de Fresnel de la figure 7.



Par application du théorème de Pythagore à la construction de Fresnel on obtient :

$$U_{Em}^2 = U_{Sm}^2 + (2\pi NRC)^2 U_{Sm}^2 \cdot \text{Par suite: } \frac{U_{Sm}^2}{U_{Em}^2} = \frac{1}{1+(2\pi NRC)^2}.$$

$$\text{Ainsi, la transmittance } T = \frac{U_{Sm}}{U_{Em}} = \frac{1}{\sqrt{1+(2\pi NRC)^2}}. \quad (2)$$

Remarque

Aux très basses fréquences, le terme $2\pi NRC$ tend vers zéro, par suite : $T \approx 1$, c'est la valeur maximale T_0 de T.

Gain du filtre

Sachant que le gain G du filtre est: $G = 20 \log T$, par exploitation de la relation (2), on obtient:

$$G = 20 \log \left[\frac{1}{\sqrt{1+(2\pi NRC)^2}} \right], \text{ ce qui donne : } G = -10 \log [1 + (2\pi NRC)^2]. \quad (3)$$

Remarque

Aux très basses fréquences le gain G du filtre RC atteint sa valeur maximale: $G_0 \approx 0$.

Fréquence de coupure et bande passante

Le filtre RC est passant pour toute fréquence N tel que: $G \geq G_0 - 3 \text{ dB}$, avec G_0 la valeur maximale de G .

D'où : $-10 \log [1 + (2\pi NRC)^2] \geq -3 \text{ dB}$.

Par suite : $\log [1 + (2\pi NRC)^2] \leq 0,3$.

Ainsi : $[1 + (2\pi NRC)^2] \leq 10^{0,3}$, d'où : $2\pi NRC \leq \sqrt{10^{0,3} - 1}$

Par conséquent, le filtre RC est passant pour toute fréquence N telle que : $N \leq \frac{1}{2\pi RC}$.

Cette fréquence limite notée $N_h = \frac{1}{2\pi RC}$ est appelée la fréquence de coupure haute du filtre.

Le filtre RC est passant pour les signaux dont la fréquence N est comprise entre zéro et N_h .

Par suite, la bande passante de ce filtre passe-bas est : $[0, N_h]$.

Remarque

On peut déterminer la valeur de la fréquence de coupure d'un filtre ainsi que sa bande passante en se basant sur l'expression de la fonction de transfert T .

Déphasage de la tension de sortie par rapport à la tension d'entrée

Aux hautes fréquences, le déphasage entre les signaux de sortie et d'entrée du filtre est appréciable. Les oscillogrammes des figures 2 et 7 confirment ce fait. D'une manière générale, la tension de sortie $u_S(t)$ évolue, toujours, en retard de phase par rapport à la tension d'entrée $u_E(t)$.

Par exploitation de la figure 7, on obtient : $\text{tg}\Delta\varphi = -2\pi NRC$, avec $\Delta\varphi = \varphi_S - \varphi_E$.

Par suite on a : $\text{tg}\Delta\varphi = -\frac{N}{N_h}$. (4)

Ainsi, le déphasage $\Delta\varphi$ dépend de la fréquence N . En effet, pour:

- les faibles fréquences , on a : $\Delta\varphi \approx 0$,
- les fréquences élevées, $N \gg N_h$, on a: $\Delta\varphi = -\frac{\pi}{2} \text{ rad}$,
- la fréquence $N = N_h$, le déphasage $\Delta\varphi = \varphi_S - \varphi_E = -\frac{\pi}{4} \text{ rad}$.

Conclusion

Le quadripôle RC, est un filtre passe-bas passif caractérisé par :

- une transmittance $T = \frac{T_0}{\sqrt{1 + (2\pi NRC)^2}}$ avec $T_0 = 1$,

- un gain $G = -10 \log [1 + (2\pi NRC)^2]$,

- une fréquence de coupure haute : $N_h = \frac{1}{2\pi RC}$,

- une bande passante : $[0, N_h]$.

2 FILTRE PASSE-BAS ACTIF

2.1- ETUDE EXPÉRIMENTALE

On réalise le montage de la figure 8, constitué d'un condensateur de capacité $C_1 = 0,47 \mu\text{F}$, de deux conducteurs ohmiques de résistances respectives $R_1 = 318 \Omega$ et $R_2 = 180 \Omega$, et d'un amplificateur opérationnel ($\mu\text{A} 741$).

Le quadripôle est alimenté par un générateur BF de fréquence N réglable. La tension d'entrée du quadripôle est :

$u_E(t) = U_{Em} \sin(2\pi Nt + \varphi_E)$, tandis que sa tension de sortie est $u_S(t)$. Un oscilloscope bicourbe, convenablement branché, permet de visualiser, simultanément, la tension d'entrée $u_E(t)$ sur la voie Y_1 et la tension de sortie $u_S(t)$ sur la voie Y_2 .

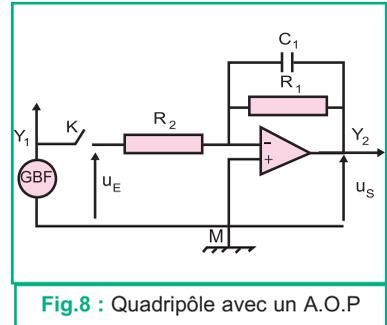


Fig.8 : Quadripôle avec un A.O.P

Expérience 1

Pour trois fréquences différentes N_1, N_2 et N_3 de N et avec les mêmes sensibilités des deux voies de l'oscilloscope, on obtient les oscillogrammes donnés par les figures 9a, 9b et 9c.

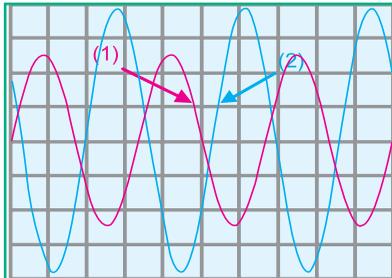


Fig.9a : $u_E(t)$ et $u_S(t)$ pour $N_1 = 600 \text{ Hz}$

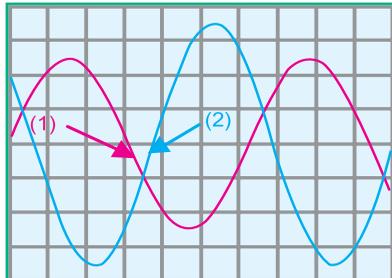


Fig.9b : $u_E(t)$ et $u_S(t)$ pour $N_2 = 800 \text{ Hz}$

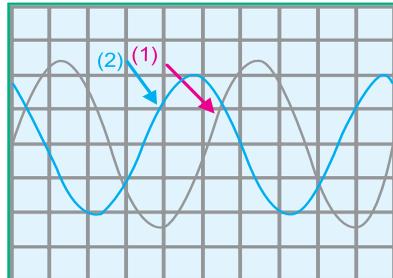


Fig.9c : $u_E(t)$ et $u_S(t)$ pour $N_3 = 2 \text{ kHz}$

Expérience 2

On fait varier la fréquence N de $u_E(t)$, tout en maintenant U_{Em} constante. Pour chaque valeur de N , on note la valeur maximale U_{Sm} de $u_S(t)$. Par exploitation des résultats de mesures, on obtient la courbe de réponse $G(N)$ donnée par la figure 10.

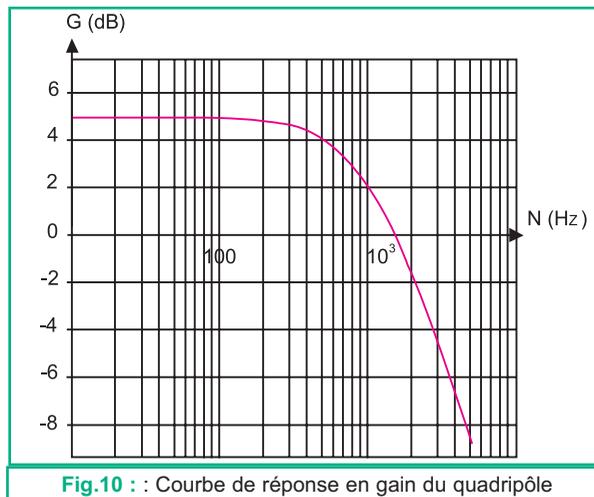


Fig.10 : Courbe de réponse en gain du quadripôle

Questions

- 1°) Par exploitation des oscillogrammes des figures 9a, 9b et 9c :
 - a- montrer que le quadripôle considéré est linéaire,
 - b- comparer les amplitudes des tensions $u_E(t)$ et $u_S(t)$, pour les fréquences faibles ($N < 1\text{kHz}$),
 - c- préciser le signe du déphasage $\Delta\varphi = \varphi_S - \varphi_E$.
- 2°) A l'aide de la courbe de réponse de la figure 10, déterminer la valeur maximale G_0 de G et en déduire la valeur maximale T_0 de T .
- 3°) Préciser le comportement du quadripôle pour les faibles et les grandes fréquences.

Interprétation

Le quadripôle constitué de dipôles passifs: R_1 , R_2 et C_1 , autour d'un amplificateur opérationnel, est linéaire. En effet, à partir d'une tension sinusoïdale $u_E(t)$ de fréquence N appliquée à l'entrée de quadripôle, on obtient une tension sinusoïdale de même fréquence. Pour les fréquences inférieures à 1060 Hz le quadripôle est passant. En effet on a : $G \geq G_0 - 3 \text{ dB}$, avec G_0 la valeur maximale du gain G du quadripôle. Par contre, pour les fréquences supérieures à 1060 Hz, le quadripôle est non passant.

Ainsi, le comportement de ce quadripôle, pour les faibles et les hautes fréquences (Fig.10), justifie qu'il s'agit d'un filtre passe-bas de fréquence de coupure haute N_h . Ce filtre est dit actif car il renferme, en plus des composants passifs (R et C), un amplificateur opérationnel comme composant actif.

Les figures 9 et 10 confirment qu'un filtre passe-bas actif peut assurer, à côté de la filtration, l'amplification du signal d'entrée. En effet, on note un gain G de valeur maximale : $G_0 = 5 \text{ dB}$, par conséquent, une transmittance de valeur maximale : $T_0 > 1$.

Conclusion

Le quadripôle constitué de deux conducteurs ohmiques de résistances respectives R_1 et R_2 et d'un condensateur de capacité C , autour d'un amplificateur opérationnel, convenablement polarisé, est un filtre passe-bas actif.

Le filtrage moyennant un filtre passe-bas actif peut être accompagné d'une amplification de la tension d'entrée ($G_0 > 1$).

2.2- DÉPHASAGE ET FRÉQUENCE

La courbe de la figure 11, traduit l'évolution du déphasage $\Delta\varphi = \varphi_S - \varphi_E$ en fonction de la fréquence N du signal d'entrée d'un filtre passe-bas actif.

A partir de cette courbe, on peut préciser que :

- $u_S(t)$ est en avance de phase par rapport à $u_E(t)$,
- $\Delta\varphi = \varphi_S - \varphi_E = 180^\circ$, pour les faibles fréquences,
- $\Delta\varphi = \varphi_S - \varphi_E \approx 90^\circ$ pour les fréquences élevées,
- $\Delta\varphi = \varphi_S - \varphi_E = 135^\circ$ pour $N = N_h$.

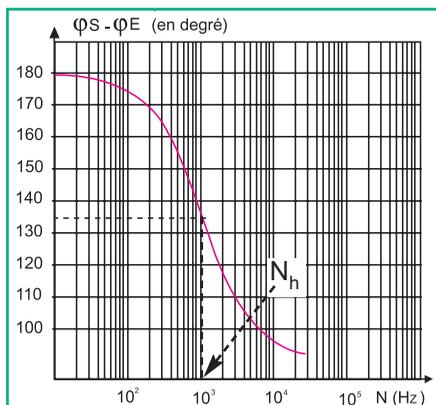


Fig.11 : Variation du déphasage $\Delta\varphi = f(N)$

2.3- FACTEURS DONT DÉPEND LA FRÉQUENCE DE COUPURE D'UN FILTRE ACTIF

On se propose d'étudier expérimentalement les facteurs dont dépend la fréquence de coupure d'un filtre passe-bas actif.

Expérience 1

On reprend le montage de la figure 8, constitué, essentiellement de deux conducteurs ohmiques de résistances respectives $R_1 = 318 \Omega$ et $R_2 = 180 \Omega$, d'un condensateur de capacité C réglable et d'un A.O.P. supposé idéal. Pour les mêmes valeurs de R_1 et R_2 et pour deux valeurs $C_1 = 0,47 \mu\text{F}$ et $C_2 = 0,94 \mu\text{F}$ de C , on réalise deux filtres passe-bas passifs (Fig.12).

Pour chaque filtre, on fait varier la fréquence N et on trace la courbe de réponse en gain $G = f(N)$. Les deux courbes de réponse sont données par les figures 13.a et 13.b.

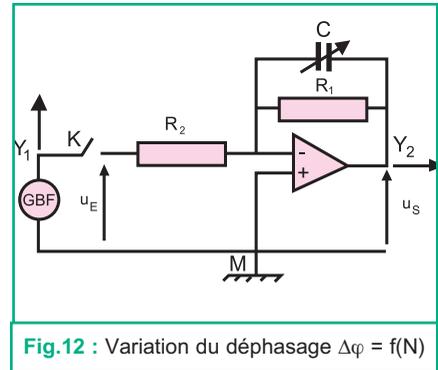


Fig.12 : Variation du déphasage $\Delta\varphi = f(N)$

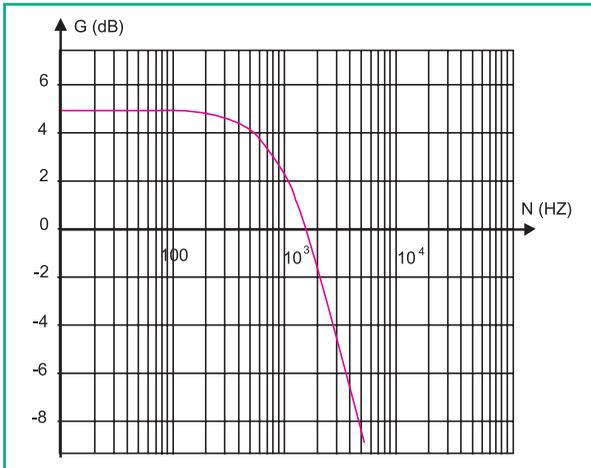


Fig.13a : Courbe de réponse pour $C_1 = 0,47 \mu\text{F}$

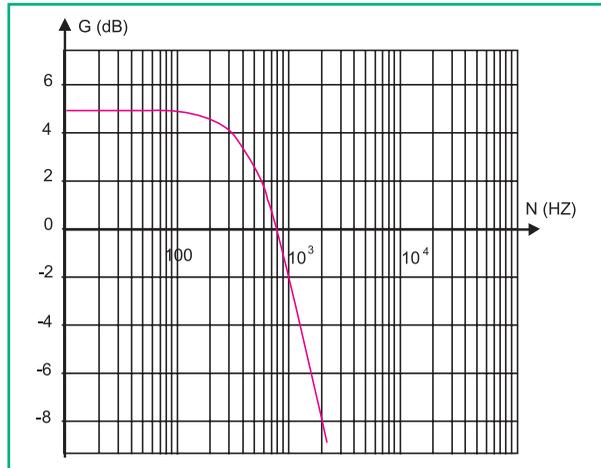


Fig.13b : Courbe de réponse pour $C_2 = 0,94 \mu\text{F}$

Questions

- 1°) Par exploitation graphique des figures 13.a et 13.b, déterminer, pour chaque filtre:
 - a- le gain maximal G_0 et la fréquence de coupure haute N_h ,
 - b- déduire la valeur de la bande passante,
 - c- la pente de l'asymptote oblique de la courbe de réponse.
- 2°) Préciser l'effet de l'augmentation de la valeur de la capacité C sur la fréquence de coupure N_h d'un filtre passe-bas actif.

Constatations

Pour les mêmes valeurs de R_1 et R_2 , et pour une valeur $C_1 = 0,47 \mu\text{F}$, on a une fréquence de coupure haute $N_{h1} = 1060 \text{ Hz}$ et un gain maximal $G_0 = 5 \text{ dB}$.

Cependant, la fréquence de coupure haute prend la valeur $N_{h2} = 530 \text{ Hz}$ pour une valeur $C_2 = 0,94 \mu\text{F}$ de C , tandis que G_0 garde la valeur 5 dB. Ainsi, une augmentation de la valeur de C fait diminuer la valeur de la fréquence N_h du filtre sans pour autant affecter le gain maximal G_0 .

Remarque

La valeur de la pente de l'asymptote oblique de la courbe de réponse reste constante et égale à (- 20 dB) par décade pour les valeurs C_1 et C_2 de C .

Expérience 2

On réalise le montage de la figure 14, constitué d'un A.O.P, d'un conducteur ohmique de résistance $R_1 = 318 \Omega$, d'un condensateur de capacité $C_1 = 0,47 \mu\text{F}$ et d'un conducteur ohmique de résistance R réglable.

Pour les mêmes valeurs de R_1 et de C_1 , et pour deux valeurs $R_2 = 180 \Omega$ et $R'_2 = 318 \Omega$ de R , on réalise deux filtres passe-bas actifs. Pour chaque filtre, on fait varier la fréquence N du signal d'entrée et on trace la courbe de réponse en gain $G = f(N)$. Les deux courbes de réponse sont données par les figures 15.a et 15.b.

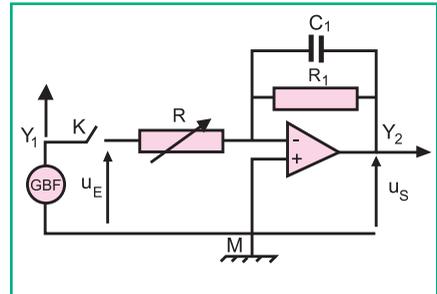


Fig.14 : Filtre passe-bas actif.

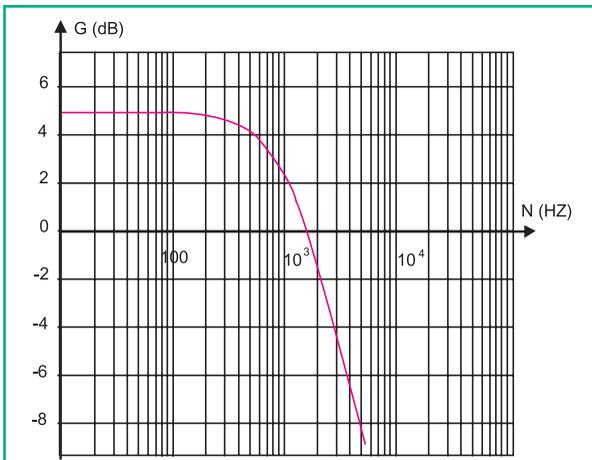


Fig.15a : Courbe de réponse du filtre pour $R_2 = 180 \Omega$

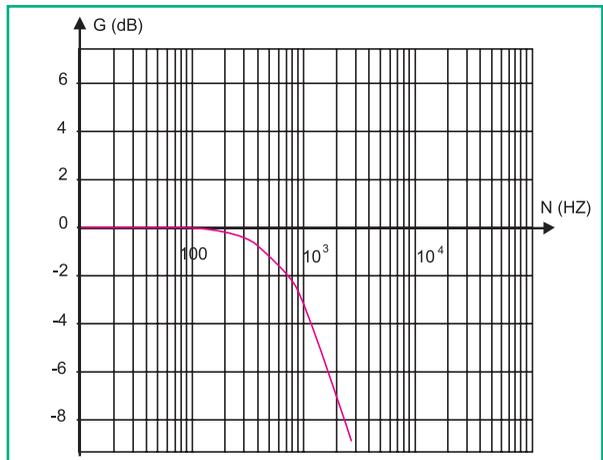


Fig.15b : Courbe de réponse du filtre pour $R'_2 = 318 \Omega$

Questions

- 1°) Par exploitation des courbes de réponse données par les figures 15.a et 15.b, déterminer, graphiquement, pour chaque filtre:
 - a- le gain maximal G_0 et la fréquence de coupure N_h ,
 - b- déduire la largeur de la bande passante du filtre.
- 2°) La valeur de N_h dépend-elle de la valeur de la résistance R du filtre ?
- 3°) Préciser, l'effet de la variation de la valeur de la résistance R sur le gain maximal G_0 du filtre.

Constatations

Pour une valeur $R_2 = 180 \Omega$ de R , on a une fréquence de coupure $N_{h1} = 1060 \text{ Hz}$ et un gain maximal $G_0 = 5 \text{ dB}$. Cependant, pour une valeur $R'_2 = 318 \Omega$ de R , la fréquence de coupure haute N_h reste inchangée ($N_{h2} = 1060 \text{ Hz}$). Par contre, le gain maximal $G_0 = 0 \text{ dB}$. Ainsi, une augmentation de la valeur de la résistance R ne fait que diminuer le gain maximal G_0 du filtre sans changer la valeur de sa fréquence de coupure N_h .

Expérience 3

On réalise le montage de la figure 16, constitué d'un A.O.P, d'un conducteur ohmique de résistance $R_2 = 180 \Omega$, d'un condensateur de capacité $C_1 = 0,47 \mu\text{F}$ et d'un conducteur ohmique de résistance R réglable. Pour les mêmes valeurs de R_2 et de C_1 , et pour deux valeurs $R_1 = 318 \Omega$ et $R'_1 = 636 \Omega$ de R , on réalise deux filtres. Pour chaque filtre, on fait varier la fréquence N du signal d'entrée et on trace la courbe de réponse en gain $G = f(N)$. Les deux courbes de réponse sont données par les figures 17.a et 17.b.

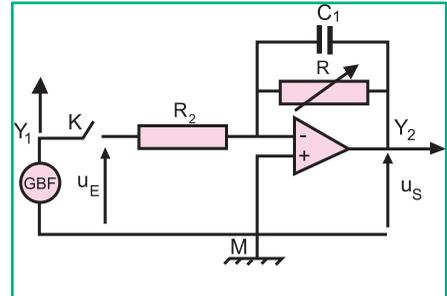


Fig.16: Filtre passe-bas actif avec R réglable.

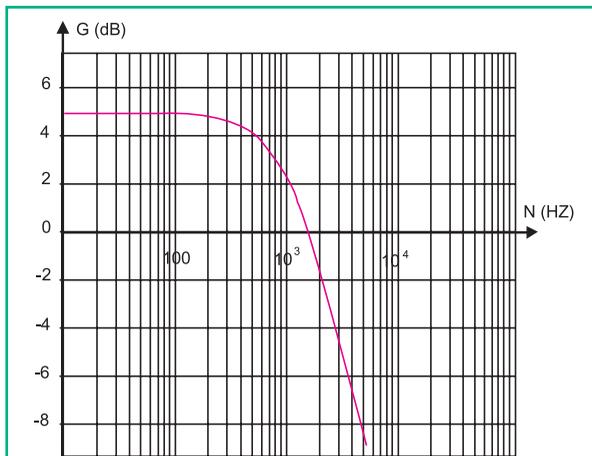


Fig.17a : Courbe de réponse du filtre pour $R_1 = 318 \Omega$

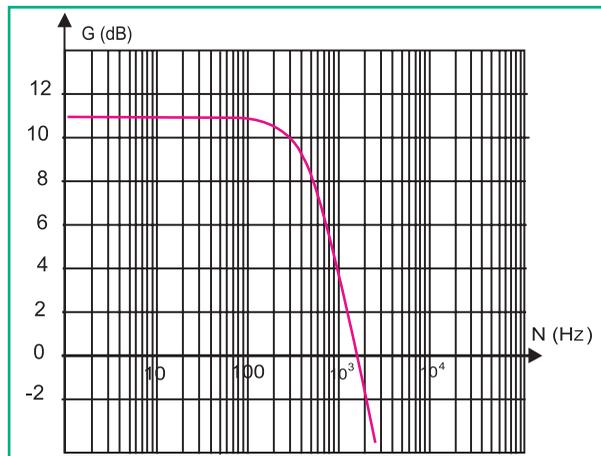


Fig.17b : Courbe de réponse du filtre pour $R'_1 = 636 \Omega$

Questions

- 1°) Déterminer, par exploitation des figures 17.a, 17.b et pour chaque filtre :
 - a- le gain maximal G_0 ,
 - b- la fréquence de coupure N_h et la bande passante.
- 2°) Préciser l'effet de la variation de la valeur de la résistance R , placée en parallèle avec le condensateur de capacité C :
 - a- sur le gain maximal G_0 du filtre,
 - b- sur la valeur de la fréquence de coupure N_h .
- 4°) En se basant sur les résultats des expériences 1, 2 et 3, préciser les facteurs dont dépend la fréquence de coupure haute N_h d'un filtre actif passe-bas.

Constatations

Pour une valeur $R_1 = 318 \Omega$ de R , on a une fréquence de coupure $N_{h1} = 1060$ Hz et un gain maximal $G_0 = 5$ dB. Cependant, pour une valeur $R'_1 = 636 \Omega$ de R , on a une fréquence de coupure $N_{h2} = 532$ Hz et un gain maximal $G_0 = 11$ dB.

Ainsi, l'augmentation de la valeur de la résistance R , a pour effet une diminution de la valeur de la fréquence de coupure haute N_h du filtre et une augmentation de la valeur du gain maximal G_0 .

Conclusion

La fréquence de coupure N_h d'un filtre passe-bas actif dépend de la valeur du dipôle RC, parallèle, rebouclé sur l'entrée inverseuse de l'amplificateur opérationnel.

Le gain maximal G_0 d'un filtre actif est indépendant de la valeur de la capacité du condensateur. Toutefois, ce gain G_0 dépend des valeurs des résistances des conducteurs ohmiques qui constituent le filtre.

2.4- ETUDE THÉORIQUE

La figure 18 représente le schéma d'un filtre passe-bas actif alimenté par une tension sinusoïdale: $u_E(t) = U_{Em} \sin(2\pi Nt + \varphi_E)$. On se propose de déterminer l'expression de la fonction de transfert T de ce filtre. L'amplificateur opérationnel utilisé est supposé idéal.

Ainsi, on a : $i_+ = i_- = 0$ et $\varepsilon = 0$.

D'après la loi des nœuds au point A, on peut écrire :

$$i_2 = i_1 + i_C + i_- \text{ avec } i_- = 0,$$

$$\text{d'où : } i_2 = i_1 + i_C \quad (1)$$

D'autre part, on a :

- $u_C = \frac{q}{C_1}$
- $u_{R1} = R_1 \cdot i_1$,
- $u_{R2} = R_2 \cdot i_2$,
- $i_C = \frac{dq}{dt}$

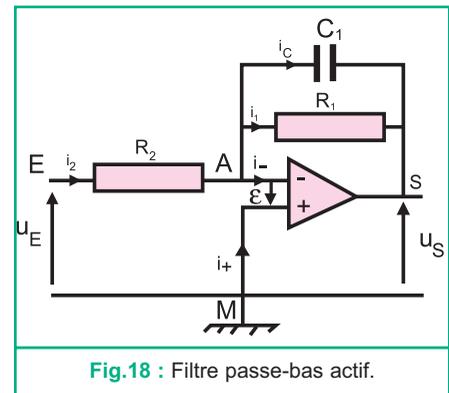


Fig.18 : Filtre passe-bas actif.

En tenant compte de la relation : $u_C = \frac{q}{C_1}$, l'expression de i_C devient : $i_C = C_1 \frac{du_C}{dt}$.

Pour la maille d'entrée (EAME), on peut écrire: $u_E - u_{R2} + \varepsilon = 0$, avec $\varepsilon = 0$.

$$\text{On a donc : } u_E = u_{R2}, \text{ par suite : } i_2 = \frac{u_{R2}}{R_2} \quad (2)$$

Pour la maille de sortie (SAMS) comportant R_1 , on peut écrire : $u_S + u_{R1} + \varepsilon = 0$

$$\text{Avec } \varepsilon = 0, \text{ on a ainsi : } u_S = -u_{R1}, \text{ par suite : } i_1 = -\frac{u_S}{R_1} \quad (3)$$

Pour la maille de sortie (SAMS) comportant C_1 , on peut écrire : $u_S + u_C + \varepsilon = 0$

$$\text{Avec } \varepsilon = 0, \text{ on a : } u_S = -u_C, \text{ par suite : } i_C = -C_1 \frac{du_S}{dt} \quad (4)$$

En remplaçant les expressions (2), (3) et (4) dans l'équation (1), on obtient :

$$\frac{u_E}{R_2} = -\frac{u_S}{R_1} - C_1 \frac{du_S}{dt} \quad (5)$$

En multipliant l'équation (5) par $-(R_2)$, on aura : $\frac{R_2}{R_1} u_S + R_2 C_1 \frac{du_S}{dt} = -u_E$ (6)

Etant donné que $u_E(t) = U_{Em} \sin(2\pi Nt + \varphi_E)$, l'équation (6) admet une solution particulière de la forme : $u_S(t) = U_{Sm} \sin(2\pi Nt + \varphi_S)$. Afin de déterminer l'expression de la fonction de transfert (ou la transmittance) T du filtre, on exprime u_S et u_E , dans l'équation (6), en fonction du temps et on fait recours à la construction de Fresnel. Ainsi, on aura :

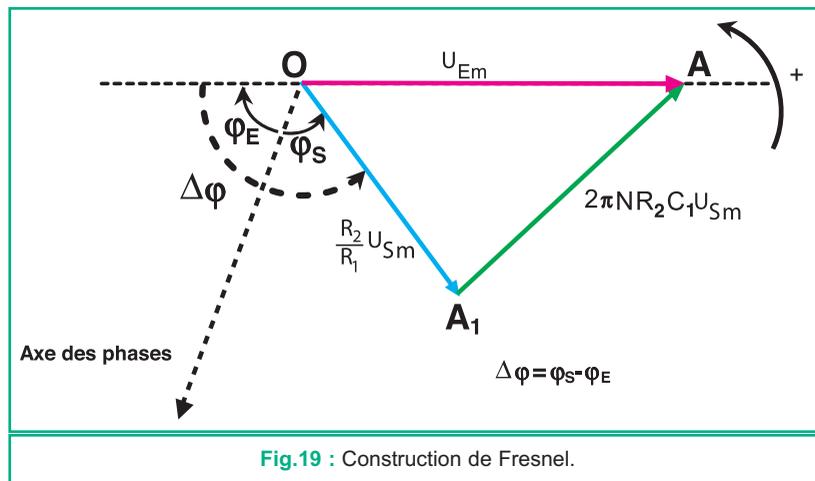
$$\frac{R_2}{R_1} U_{Sm} \sin(2\pi Nt + \varphi_S) + 2\pi N R_2 C_1 U_{Sm} \sin(2\pi Nt + \varphi_S + \frac{\pi}{2}) = U_{Em} \sin(2\pi Nt + \varphi_E + \pi).$$

Aux termes $\frac{R_2}{R_1} u_S$, $R_2 C_1 \frac{du_S}{dt}$ et $(-u_E)$ on associe respectivement les vecteurs de Fresnel :

\vec{OA}_1 , \vec{OA}_2 et \vec{OA}

Ainsi : $\vec{OA}_1 [\frac{R_2}{R_1} U_{Sm}, \varphi_S]$, $\vec{OA}_2 [2\pi N R_2 C_1 U_{Sm}, \varphi_S + \frac{\pi}{2}]$, $\vec{OA} [U_{Em}, \varphi_E + \pi]$.

Avec : $\vec{OA}_1 + \vec{OA}_2 = \vec{OA}$, on obtient la construction de Fresnel de la figure 19.



Expression de la transmittance T

Le triangle OA_1A est rectangle en A_1 , d'après Pythagore on a :

$$U_{Em}^2 = \left(\frac{R_2}{R_1}\right)^2 U_{Sm}^2 + (2\pi N R_2 C_1)^2 U_{Sm}^2, \text{ ce qui donne :}$$

$$U_{Em} = \sqrt{\left(\frac{R_2}{R_1}\right)^2 + (2\pi N R_2 C_1)^2} \cdot U_{Sm}$$

$$T = \frac{U_{Sm}}{U_{Em}} = \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{R_2}{R_1}\right)^2 + (2\pi NR_2 C_1)^2}}$$

$$\text{D'où : } T = \frac{R_1}{R_2} \cdot \frac{1}{\sqrt{1 + (2\pi NR_1 C_1)^2}} \quad (7)$$

Pour les faibles fréquences, on néglige le terme $2\pi NR_1 C_1$ devant l'unité.

Ainsi, la transmittance T du filtre atteint sa valeur maximale : $T_0 = \frac{R_1}{R_2}$

$$\text{Par conséquent, l'expression de } T \text{ prend la forme : } T = \frac{T_0}{\sqrt{1 + (2\pi NR_1 C_1)^2}} \quad (8)$$

Expression du gain G

A partir de l'expression de la transmittance T , on peut déduire celle du gain G du filtre.

Sachant que $G = 20 \log T$ et en remplaçant T par son expression (8), on aura :

$$G = 20 \log T_0 - 10 \log [1 + (2\pi NR_1 C_1)^2]. \quad (9)$$

L'expression de la valeur maximale G_0 de G est : $G_0 = 20 \log T_0$, avec, $T_0 = \frac{R_1}{R_2}$.

$$\text{Ainsi, } G \text{ peut se mettre sous la forme : } G = G_0 - 10 \log [1 + (2\pi NR_1 C_1)^2]. \quad (10)$$

Remarque

Le rapport $\frac{R_1}{R_2}$ peut être supérieur à l'unité et par suite, on peut avoir un gain maximal G_0 positif.

Fréquence de coupure et bande passante

Le filtre est passant pour toute fréquence N telle que : $T \geq \frac{T_0}{\sqrt{2}}$ ou bien $G \geq G_0 - 3 \text{ dB}$.

$$\text{Or, } G = G_0 - 10 \log [1 + (2\pi NR_1 C_1)^2],$$

$$\text{d'où: } G_0 - 10 \log [1 + (2\pi NR_1 C_1)^2] \geq G_0 - 3 \text{ dB.}$$

$$\text{Par suite: } 10 \log [1 + (2\pi NR_1 C_1)^2] \leq 3, \text{ par suite : } 2\pi NR_1 C_1 \leq 1.$$

$$\text{Ce qui implique : } N \leq \frac{1}{2\pi R_1 C_1}.$$

Ainsi, le filtre est passant pour toute fréquence $N \leq N_h$ avec $N_h = \frac{1}{2\pi R_1 C_1}$.

N_h est appelée la fréquence de coupure haute du filtre. L'étude théorique permet de confirmer qu'il s'agit bien d'un filtre passe-bas actif dont la bande passante à 3 dB, est : $[0, N_h]$.

Conclusion

Avec des composants passifs (R,C) et un amplificateur opérationnel, convenablement polarisé, on peut réaliser un filtre passe-bas actif caractérisé par:

- une transmittance $T = \frac{T_0}{\sqrt{1 + (2\pi N R_1 C_1)^2}}$,
- un gain $G = G_0 - 10 \log [1 + (2\pi N R_1 C_1)^2]$, avec $G_0 = 20 \log \frac{R_1}{R_2}$,
- une fréquence de coupure haute $N_h = \frac{1}{2\pi R_1 C_1}$, avec R_1 la résistance du conducteur ohmique rebouclé sur l'entrée inverseuse de l'A.O.P.

Contrairement à un filtre passif, un filtre actif peut assurer un filtrage accompagné d'une amplification du signal d'entrée.

3 FILTRE PASSE-HAUT

On sait qu'un quadripôle RC est un filtre passe-bas passif.

Cependant, qu'en est-il d'un quadripôle CR ?

Un tel quadripôle est-il un filtre électrique ?

3.1- ÉTUDE EXPÉRIMENTALE

On réalise le montage schématisé par la figure 20, constitué d'un condensateur de capacité $C = 0,47\mu\text{F}$ et d'un conducteur ohmique de résistance $R = 318 \Omega$. Un GBF délivrant une tension sinusoïdale de fréquence N réglable alimente l'entrée du quadripôle.

La tension d'entrée du quadripôle CR est :

$$u_E(t) = U_{Em} \sin (2\pi N t + \varphi_E).$$

Tandis que $u_S(t)$ est la tension de sortie du quadripôle.

Un oscilloscope bicourbe, convenablement branché (Fig.20), permet de visualiser la tension d'entrée $u_E(t)$ sur la voie Y_1 et la tension de sortie $u_S(t)$ sur la voie Y_2 .

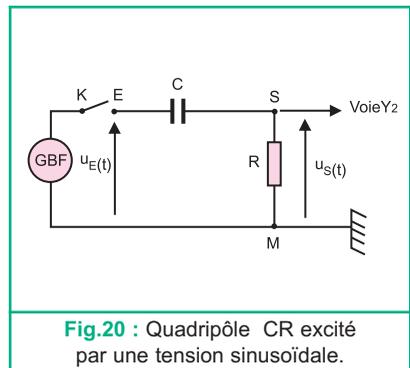


Fig.20 : Quadripôle CR excité par une tension sinusoïdale.

Expérience 1

On règle l'amplitude du GBF à la valeur $U_{Em} = 5V$. Sur l'écran de l'oscilloscope, on visualise, simultanément, les tensions $u_E(t)$ et $u_S(t)$.

Pour deux fréquences $N_1 = 700$ Hz et $N_2 = 1200$ Hz du GBF, on obtient les chronogrammes des figures 21a et 21b.

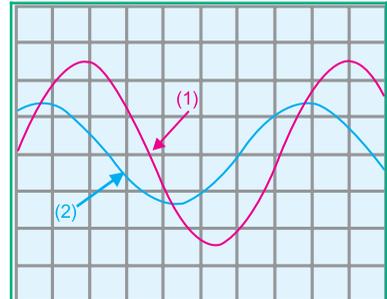


Fig.21.a : u_E et u_S pour $N_1 = 700$ Hz

Expérience 2

On fait varier la fréquence N du GBF et pour différentes valeurs de N , on note l'amplitude U_{Sm} de la tension de sortie $u_S(t)$.

Par exploitation des résultats de mesures, on trace les courbes $G(N)$ et $\Delta\varphi = f(N)$, données par les figures 22 et 23.

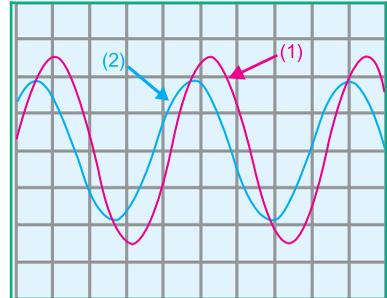


Fig.21.a : u_E et u_S pour $N_2 = 1200$ Hz

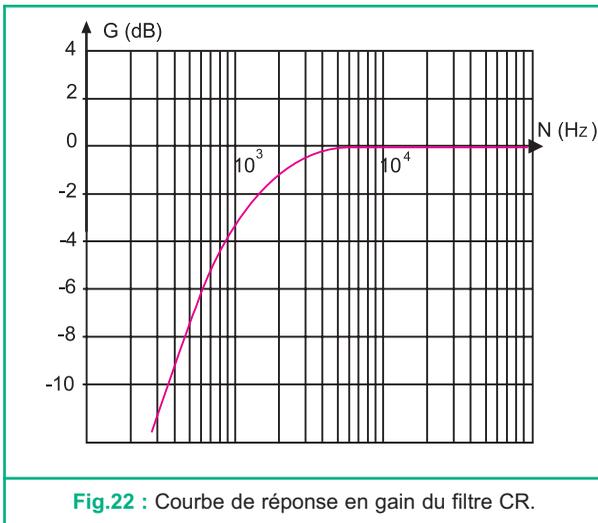


Fig.22 : Courbe de réponse en gain du filtre CR.

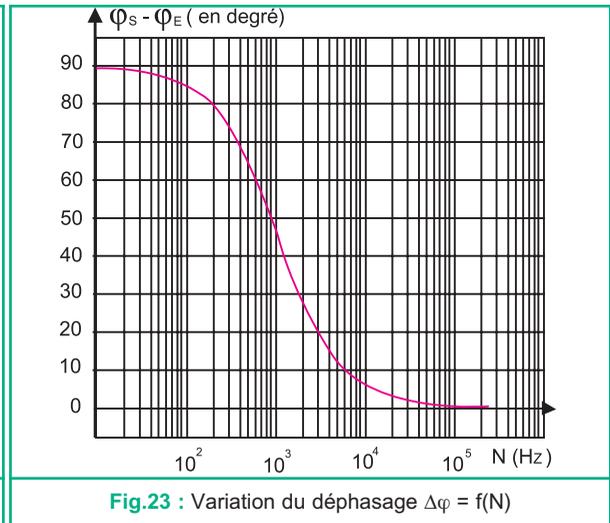


Fig.23 : Variation du déphasage $\Delta\varphi = f(N)$

Questions

1°) Par exploitation des oscillogrammes des figures 21a et 21b :

- a- montrer que le quadripôle considéré est linéaire,
- b- comparer les amplitudes des tensions $u_E(t)$ et $u_S(t)$ pour les fréquences N_1 et N_2 ,
- c- préciser le signe du déphasage $\Delta\varphi = \varphi_S - \varphi_E$, où φ_S est la phase initiale de $u_S(t)$.

2°) A l'aide de la courbe de réponse de la figure 22 :

- a- préciser le comportement du quadripôle CR pour les basses et les hautes fréquences,
- b- déterminer la valeur maximale G_0 de G et en déduire la valeur maximale T_0 de T .

Interprétation

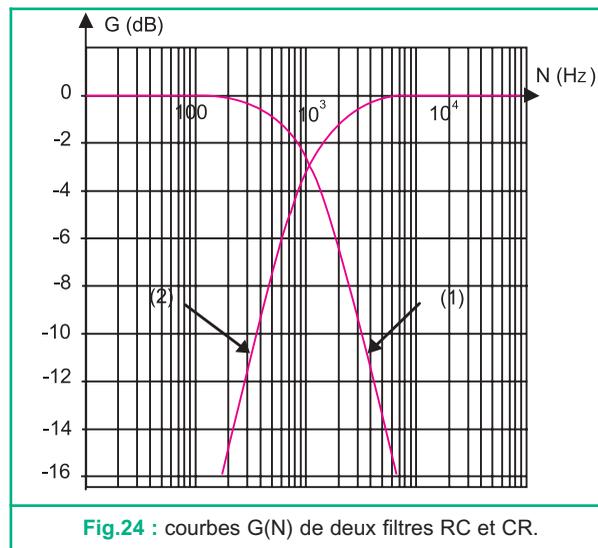
Le quadripôle CR est linéaire. En effet, à partir d'une tension d'entrée sinusoïdale $u_E(t)$ de fréquence N , on obtient à travers ce quadripôle, une tension de sortie $u_S(t)$ sinusoïdale et de même fréquence N . D'autre part, le comportement du quadripôle CR pour les faibles et les hautes fréquences justifie bien qu'il s'agit d'un filtre électrique. L'exploitation de la courbe de réponse en gain (fig.22), confirme que le gain G du quadripôle dépend de la fréquence N du signal d'entrée. Le gain G du filtre CR est maximal ($G_0 = 0$ dB) pour les fréquences élevées ($N \geq 10^4$ Hz). Cependant, pour les faibles fréquences ($N < 10^3$ Hz), le gain G du filtre est inférieur à: $G_0 - 3$ dB.

Ainsi, le filtre CR est passant pour les hautes fréquences et il est transparent pour les basses fréquences. Un tel filtre est dit filtre passif passe-haut. Il est caractérisé par une fréquence de coupure basse N_b et une bande passante : $[N_b, \infty [$.

Pour un filtre passe-haut, la tension de sortie $u_S(t)$ est en avance de phase par rapport à $u_E(t)$. Aux hautes fréquences, ce déphasage $\Delta\varphi = \varphi_S - \varphi_E$ tend vers zéro (Fig. 23).

Remarques

- A la fréquence de coupure la valeur du déphasage $\Delta\varphi = 45^\circ$.
- La fréquence de coupure haute N_h d'un filtre RC passe-bas est égale à la fréquence de coupure basse N_b d'un filtre CR passe-haut, dans le cas où les deux filtres sont réalisés avec les mêmes composants R et C (Fig.24).



3.2- ÉTUDE THÉORIQUE

Expression de $u_S(t)$

La figure 25 représente le schéma simplifié d'un filtre passe-haut .

On désigne par $u_E(t) = U_{Em} \sin(2\pi Nt + \varphi_E)$ la tension d'entrée du filtre, et par $u_S(t)$ sa tension de sortie. On se propose de déterminer l'expression de la transmittance T d'un tel filtre.

Par application de la loi des mailles on a :

$$u_R(t) + u_C(t) - u_E(t) = 0 \quad (1)$$

D'autre par on a :

$$\bullet u_s = Ri,$$

$$\bullet i = \frac{u_s}{R}, \quad (2)$$

$$\bullet u_C = \frac{q}{C} \quad (3)$$

$$\bullet q = \int i dt \quad (4)$$

$$\text{A partir de la relation (2) on obtient: } q = \frac{1}{R} \int u_s dt. \quad (5)$$

Ainsi, la tension u_C aux bornes du condensateur s'écrit :

$$u_C = \frac{1}{RC} \int u_s dt. \quad (6)$$

Afin d'établir l'équation différentielle, on exprime l'équation (1)

$$\text{en fonction de } u_s, \text{ on obtient : } u_s + \frac{1}{RC} \int u_s dt = u_E \quad (7)$$

Comme $u_E(t) = U_{Em} \sin(2\pi Nt + \varphi_E)$, l'équation différentielle (7)

admet une solution particulière de la forme :

$$u_s(t) = U_{sm} \sin(2\pi Nt + \varphi_s). \quad (8)$$

En remplaçant u_s par son expression (8), l'équation différentielle (7) devient :

$$U_{sm} \sin(2\pi Nt + \varphi_s) + \frac{U_{sm}}{2\pi NRC} \sin(2\pi Nt + \varphi_s - \frac{\pi}{2}) = U_{Em} \sin(2\pi Nt + \varphi_E). \quad (9)$$

Expression de la transmittance T

Pour établir l'expression de U_{sm} et par suite, celle de la transmittance T, on fait recours à la construction de Fresnel.

Aux fonctions sinusoïdales suivantes:

$$U_{sm} \sin(2\pi Nt + \varphi_s), \quad \frac{U_{sm}}{2\pi NRC} \sin(2\pi Nt + \varphi_s - \frac{\pi}{2}) \text{ et } U_{Em} \sin(2\pi Nt + \varphi_E),$$

on associe respectivement les vecteurs de Fresnel :

$$\vec{OA}_1, \vec{OA}_2 \text{ et } \vec{OA}. \text{ On aura ainsi : } \vec{OA}_1 [U_{sm}, \varphi_s],$$

$$\vec{OA}_2 \left[\frac{U_{sm}}{2\pi NRC}, \varphi_s - \frac{\pi}{2} \right] \text{ et } \vec{OA} [U_{Em}, \varphi_E].$$

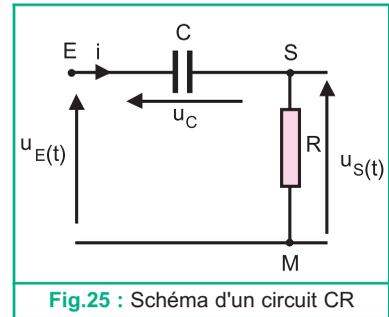
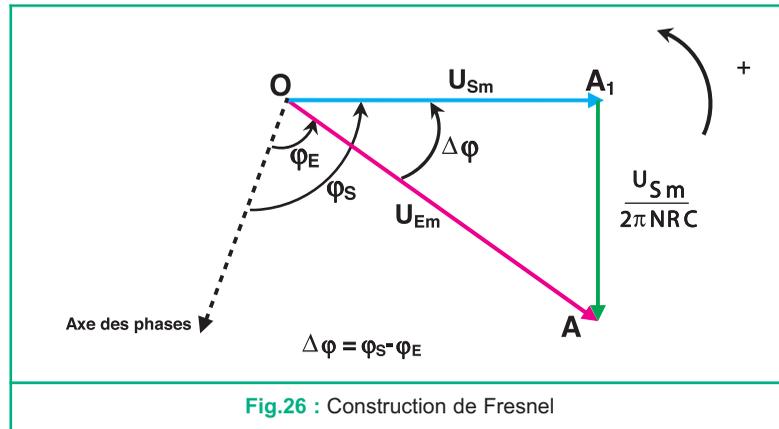


Fig.25 : Schéma d'un circuit CR

On obtient la construction de Fresnel de la figure 26, avec $\vec{OA}_1 + \vec{OA}_2 = \vec{OA}$.



Pour le triangle OA_1A , rectangle en A_1 , on peut écrire:

$$(U_{Em})^2 = (U_{Sm})^2 + \left(\frac{U_{Sm}}{2\pi NRC} \right)^2$$

ce qui donne :

$$U_{Em} = \sqrt{1 + \left(\frac{1}{2\pi NRC} \right)^2} \cdot U_{Sm}$$

D'où:

$$T = \frac{U_{Sm}}{U_{Em}} = \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{1}{(2\pi NRC)^2}}}$$

Aux hautes fréquences, la transmittance T prend sa valeur maximale $T_0 = 1$. Par conséquent, l'expression de T peut se mettre sous la forme :

$$T = \frac{T_0}{\sqrt{1 + \frac{1}{(2\pi NRC)^2}}}, \text{ avec } T_0 = 1. \quad (10)$$

Expression du gain

Sachant que $G = 20 \log T$, l'exploitation de l'expression (10) donne :

$$G = 20 \log \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{1}{(2\pi NRC)^2}}}$$

L'expression simplifiée du gain est :

$$G = -10 \log \left(1 + \frac{1}{(2\pi NRC)^2} \right) \quad (11)$$

L'expression (11), permet de confirmer que pour toute valeur de N le gain G du filtre CR prend une valeur négative ou nulle ($G \leq 0$). Aux hautes fréquences, il atteint sa valeur maximale ($G_0 = 0$).

Bande passante

La bande passante à 3 dB de ce filtre est telle que : $G \geq G_0 - 3 \text{ dB}$.

$$\text{Ainsi : } \log\left(1 + \frac{1}{(2\pi NRC)^2}\right) \leq 0,3, \text{ d'où } N \geq \frac{1}{2\pi RC}.$$

Par conséquent, le filtre est passant pour toute fréquence $N \geq N_b$, avec $N_b = \frac{1}{2\pi RC}$.

N_b est appelée la fréquence de coupure basse du filtre passe-haut CR. Par suite, la bande passante de ce filtre est : $[N_b, \infty[$.

Déphasage de $u_S(t)$ par rapport à $u_E(t)$

D'après la construction de Fresnel, le déphasage $\Delta\varphi = \varphi_S - \varphi_E$ est positif ($0 < \Delta\varphi < 90^\circ$). Ainsi, pour un filtre passe-haut, la tension de sortie $u_S(t)$ évolue en avance de phase par rapport à la tension d'entrée $u_E(t)$.

En effet, par exploitation de la figure 26, on obtient : $\text{tg } \Delta\varphi = \frac{\overrightarrow{\|A_1A\|}}{\overrightarrow{\|OA_1\|}}$.

$$\text{Ainsi : } \text{tg } \Delta\varphi = \frac{1}{2\pi NRC} = \frac{N_b}{N}, \text{ avec } N_b = \frac{1}{2\pi RC}.$$

Conclusion

Le quadripôle CR est un filtre passe-haut passif. Il est caractérisé par :

- une transmittance $T = \frac{T_0}{\sqrt{1 + \frac{1}{(2\pi NRC)^2}}}$, avec $T_0 = 1$,
- un gain $G = -10 \cdot \log\left(1 + \frac{1}{(2\pi NRC)^2}\right)$,
- une fréquence de coupure basse : $N_b = \frac{1}{2\pi RC}$.

La tension de sortie d'un filtre passif passe-haut est toujours en avance de phase par rapport à sa tension d'entrée.

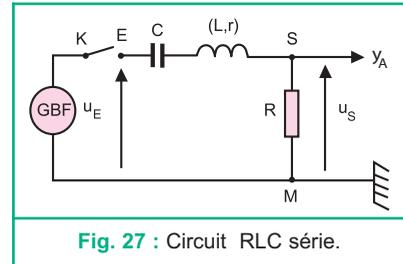
4 FILTRE PASSE-BANDE

On sait qu'un quadripôle CR est un filtre passe-haut passif. Cependant, quel serait l'effet de l'insertion d'une bobine sur la réponse d'un tel filtre.

4.1- ETUDE EXPÉRIMENTALE

On considère le montage du circuit électrique série, schématisé par la figure 27, constitué d'un condensateur de capacité $C = 0,47 \mu\text{F}$, d'une bobine d'inductance $L = 0,2 \text{ H}$ et de résistance interne $r = 12 \Omega$ et d'un conducteur ohmique de résistance $R = 50 \Omega$.

Ce circuit est considéré comme étant un quadripôle de tension d'entrée $u_E(t) = U_{Em} \sin(2\pi Nt + \varphi_E)$ et de tension de sortie $u_S(t)$. Un GBF, de fréquence N réglable alimente l'entrée EM de ce quadripôle.

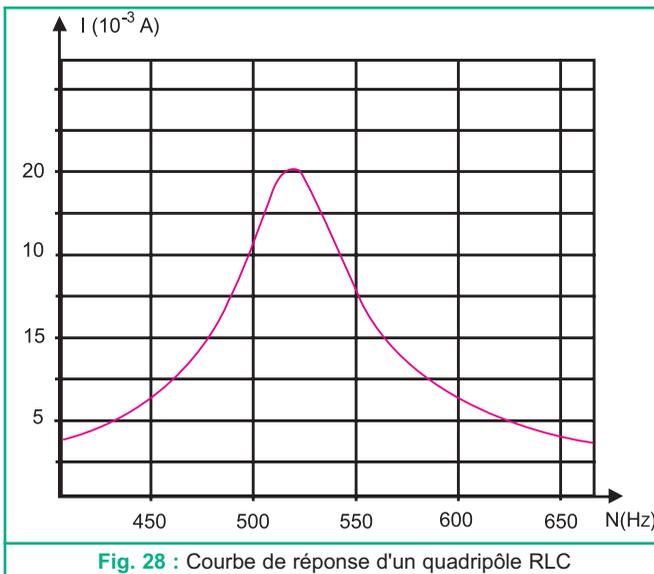


Remarque

La figure 27 représente le montage d'un circuit RLC série soumis à une tension excitatrice sinusoïdale (chapitre 6).

Expérience

Pour une tension d'entrée d'amplitude constante $U_{Em} = 2\text{V}$, on fait varier la fréquence N et pour chaque valeur de N on relève la tension efficace U_R aux bornes de R . L'exploitation des résultats de l'expérience permettent de tracer la courbe de réponse, donnée par la figure 28, traduisant l'évolution de l'intensité efficace I du courant électrique en fonction de N .



Questions

1°) Par exploitation de la figure 28 :

- a- décrire, brièvement, l'allure de la courbe de réponse $I = f(N)$.
- b- déduire que le quadripôle RLC est un filtre électrique.
- c- compléter le tableau suivant :

N en Hz	450	475	500	525	550	575	600	650
I en mA								
U_s en V								
T								

2°) Tracer la courbe $T = h(N)$.

- 3°) a- Déterminer les fréquences pour lesquelles on a : $T = \frac{T_0}{\sqrt{2}}$
- b- Déduire de ce qui précède la nature de ce filtre.

Interprétation

La courbe de réponse $I = f(N)$ du quadripôle RLC atteint sa valeur maximale pour une fréquence N égale à la fréquence propre N_0 du circuit; c'est la résonance d'intensité.

Dans un quadripôle RLC et pour une tension d'entrée U_{Em} constante, l'intensité efficace I du courant et par suite l'amplitude U_{Sm} de la tension de sortie varient en fonction de la fréquence N (fig.28). Ainsi, le quadripôle RLC se comporte comme un filtre.

Ce filtre est passant pour les fréquences proches de N_0 (centrées sur N_0). Cependant, pour les faibles et les grandes fréquences, il est non passant. Par conséquent, un tel filtre est appelé : filtre passe-bande.

4.2- BANDE PASSANTE ET FRÉQUENCES DE COUPURE

En se basant sur le fait que $U_R = R.I$, d'une part et que $T = \frac{U_{Sm}}{U_{Em}}$, d'autre part, on obtient la courbe de réponse $T = f(N)$ du filtre RLC, donnée par la figure 29.

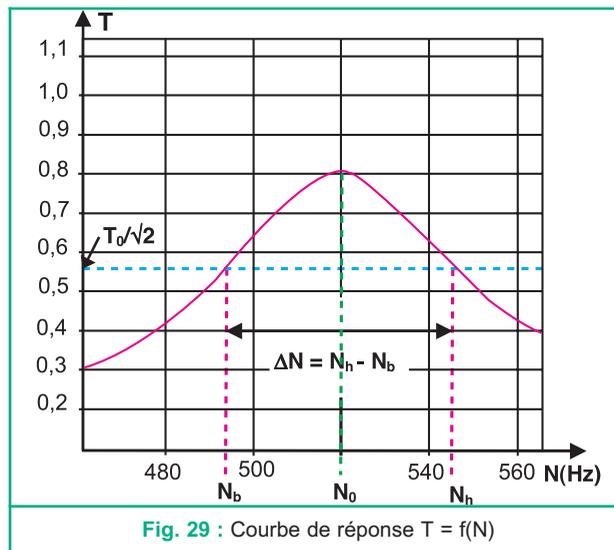


Fig. 29 : Courbe de réponse $T = f(N)$

Le filtre RLC est caractérisé par deux fréquences de coupure notés N_b et N_h pour lesquelles la transmittance est : $T = \frac{T_0}{\sqrt{2}}$. Les fréquences N_b et N_h sont respectivement les fréquences de coupure basse et haute du filtre.

Par conséquent, le filtre RLC est appelé filtre passe-bande, car il est passant dans le domaine de fréquences limité par N_b et N_h . Par suite, sa bande passante est : $[N_b, N_h]$.

Remarque

La détermination des valeurs des fréquences de coupure et celle de la bande passante d'un filtre passe-bande peut se faire par exploitation de la courbe de réponse $I = f(N)$.

4.3- CARACTÉRISTIQUES D'UN FILTRE PASSE-BANDE

Un filtre RLC passe-bande est caractérisé par :

- une transmittance $T = \frac{T_0}{\sqrt{1+Q^2\left(\frac{N}{N_0} - \frac{N_0}{N}\right)^2}}$ avec $T_0 = \frac{R}{R+r}$ et r la résistance de la bobine,
- une fréquence propre: $N_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$,
- une fréquence de coupure basse: $N_b = \frac{N_0}{2Q} \left[-1 + \sqrt{1+4Q^2}\right]$,
- une fréquence de coupure haute: $N_h = \frac{N_0}{2Q} \left[1 + \sqrt{1+4Q^2}\right]$.

Dans ces expressions, Q est le facteur de surtension du circuit.

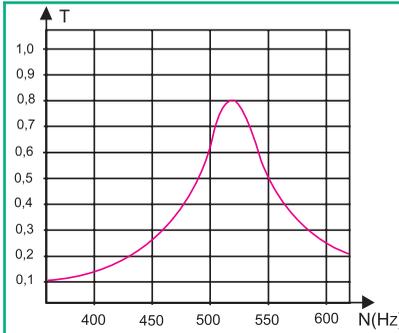
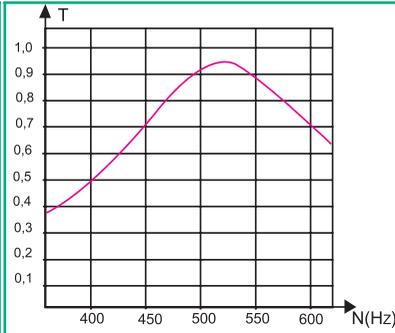
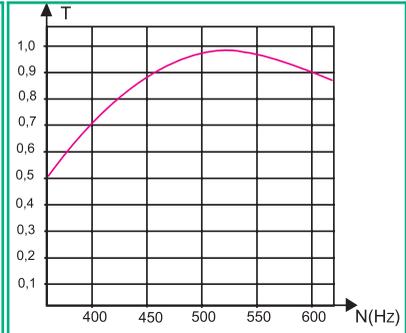
La transmittance T du filtre est maximale pour $N = N_0$ et a pour expression : $T_0 = \frac{R}{R+r}$.

Par conséquent $T \leq 1$ pour toute valeur de N . Ainsi, le filtre RLC passe-bande est généralement un atténuateur de tension.

4.4- SÉLECTIVITÉ D'UN FILTRE

Expérience

On reprend le montage de la figure 27, et on change la valeur de la résistance R du circuit. Pour chacune des valeurs : $R_1 = 50 \Omega$, $R_2 = 200 \Omega$ et $R_3 = 800 \Omega$, de R , on fait varier la fréquence N du GBF et on trace la courbe de réponse $T = f(N)$ du filtre ainsi constitué. Les courbes de réponse sont données par les figures 30a, 30b et 30c.


Fig.30a : $T = f(N)$ pour $R_1 = 50 \Omega$

Fig.30b : $T = f(N)$ pour $R_2 = 200 \Omega$

Fig.30c : $T = f(N)$ pour $R_3 = 800 \Omega$

Questions

- 1°) Exprimer la largeur de la bande passante $\Delta N = N_h - N_b$ en fonction de N_0 et Q .
- 2°) Par exploitation des courbes de réponse, déterminer graphiquement pour chaque valeur de R , la fréquence propre N_0 et la largeur de la bande passante $\Delta N = N_h - N_b$.
- 3°) Calculer le rapport $\frac{N_0}{N}$, pour chaque valeur de R .
- 4°) Préciser l'effet de la valeur de la résistance sur le rapport $\frac{N_0}{N}$.

Constatations

La courbe de réponse $T = f(N)$ du filtre RLC, pour une fréquence $N_0 = 520$ Hz et une résistance $R_1 = 50 \Omega$, est étroite. Ainsi, le filtre est passant dans un domaine étroit de fréquences ($N_b = 495$ Hz, $N_h = 545$ Hz). La résonance d'intensité, dans ce cas, est dite aigue et le filtre est dit sélectif. Cependant, pour la même fréquence N_0 et pour une résistance $R_3 = 800 \Omega$, la courbe de réponse $T = f(N)$ du filtre est aplatie. Dans ce cas, le filtre est caractérisé par une bande passante dont la largeur est grande par rapport à N_0 ($N_b = 288$ Hz, $N_h = 935$ Hz). Par suite, le filtre est dit non sélectif.

Définition

Un filtre électrique passe-bande est dit sélectif lorsque la largeur de sa bande passante $\Delta N = N_h - N_b$ est nettement petite par rapport à sa fréquence propre N_0 : $\Delta N \ll N_0$.

A partir des expressions de N_b et N_h en fonction de N_0 et Q , on montre que : $\Delta N = \frac{N_0}{Q}$,

avec ΔN la largeur de la bande passante et N_0 la fréquence propre du filtre. Pour N_0 donné, on peut confirmer que la largeur de la bande passante du filtre est d'autant plus étroite que le terme Q est grand. Par conséquent, le filtre est plus sélectif.

En effet, pour $Q \gg 1$, on a : $\Delta N \ll N_0$

En conclusion, le facteur de surtension Q , appelé aussi facteur de qualité du filtre, caractérise l'acuité de la résonance. En effet pour :

- $Q \gg 1$, le circuit est sélectif et la résonance est aigue,
- $Q \approx 1$, le circuit n'est pas sélectif et la résonance est floue.

Remarque

Le facteur de qualité Q d'un filtre passe-bande a pour expression: $Q = \frac{2\pi N_0 L}{R_t} = \frac{1}{2\pi N_0 R_t C}$.
 R_t est la résistance totale du filtre RLC.

Conclusion

Le quadripôle RLC série, monté de façon que la tension de sortie soit aux bornes du résistor, est un filtre passe-bande. Il est caractérisé par une fréquence de coupure basse N_b et une fréquence de coupure haute N_h . Ce filtre est passant dans un domaine de fréquences limité par N_b et N_h . La largeur de sa bande passante est : $\Delta N = N_h - N_b$.

Un filtre électrique est sélectif lorsque la valeur du facteur de qualité Q est grande devant l'unité. Pour une valeur de Q inférieure ou égale à l'unité le filtre est non sélectif, et ne privilégie aucune fréquence.

5 APPLICATIONS DES FILTRES

Les applications des filtres électriques sont nombreuses et multiples dans plusieurs domaines. En effet, en acoustique, en télécommunication, en électronique et en mécanique les filtres électriques font partie des fonctions très employées. On cite essentiellement l'émission et la réception radio ou télévision, la correction audio ou vidéo, l'analyse des spectres, l'antiparasitage, la distortiométrie et la production de signaux. Sans filtre ADSL (liaison numérique à débit asymétrique), le téléphone reçoit directement toutes les fréquences. Ainsi, sur la même ligne téléphonique, peuvent passer, simultanément, une conversation téléphonique (basses fréquences audibles) et le signal IP (Internet Protocol) provenant d'un serveur de sites web, à haut débit.

Le filtre ADSL va séparer les fréquences et ne donner au téléphone que les fréquences qui le concerne, c'est-à-dire les fréquences basses. De même, il ne va donner au modem ADSL que les fréquences hautes.

En acoustique, les filtres passe-bas et passe-haut sont utilisés comme atténuateurs des composantes graves et aigües d'un signal audio. Les filtres passe-bande sont utilisés pour éliminer le bruit d'un signal.

En radiocommunication, un filtre passe-bande permet de sélectionner la fréquence radio écoutée. On l'utilise aussi pour la sélection des vibrations sonores à détecter par un microphone.

En Hi Fi, les filtres sont à la base des égaliseurs et des tables de mixage pour la correction, la diminution ou l'augmentation du volume sonore de certaines bandes de fréquences d'un son.

De même, la reproduction fidèle des sons, grâce à l'emploi de plusieurs haut-parleurs différents (puisque'un seul ne peut reproduire que les sons compris dans un domaine restreint de fréquences), devient possible à l'aide des filtres qui séparent les fréquences correspondant, par exemple, aux graves, aux médiums, aux aigus. Ces fréquences peuvent être amenées facilement à des haut-parleurs distincts.



L'essentiel

- Les filtres passifs sont caractérisés par une transmittance $T \leq 1$ et un gain $G \leq 0$, $\forall N$.
- Un filtre actif peut avoir un gain positif et assurer une amplification du signal d'entrée.
- Un filtre passe-bas est passant pour les fréquences inférieures à sa fréquence de coupure haute N_h .
- Le filtre RC est un filtre passe-bas passif, caractérisé par :

- une transmittance $T = \frac{1}{\sqrt{1 + (2\pi NRC)^2}}$,

- une fréquence de coupure haute $N_h = \frac{1}{2\pi RC}$.

- Un filtre passe-bas actif est caractérisé par :

- une transmittance $T = \frac{T_0}{\sqrt{1 + (2\pi NR_1 C_1)^2}}$ avec $T_0 = \frac{R_1}{R_2}$

- une fréquence de coupure haute : $N_h = \frac{1}{2\pi R_1 C_1}$.

- Un filtre passe-haut élimine les fréquences inférieure à sa fréquence de coupure basse N_b .
- Le filtre CR est un filtre passe-haut passif caractérisé par :

- une transmittance : $T = \frac{T_0}{\sqrt{1 + \frac{1}{(2\pi NRC)^2}}}$, avec $T_0 = 1$,

- une fréquence de coupure basse : $N_b = \frac{1}{2\pi RC}$.

- Un filtre passe-bande est caractérisé par une fréquence de coupure basse N_b et une fréquence de coupure haute N_h .
- La largeur de la bande passante d'un filtre passe-bande est : $\Delta N = N_h - N_b$.
- Un filtre électrique est sélectif pour: $\Delta N \ll N_0$.

Exercices

Exercice résolu

ÉNONCÉ

On considère le montage de la figure 1, constitué d'un filtre CR, dont la tension d'entrée est $u_E(t)$ et la tension de sortie $u_S(t)$. Un générateur BF, impose à l'entrée du filtre une tension sinusoïdale : $u_E(t) = U_{Em} \sin(2\pi Nt + \frac{\pi}{2})$, d'amplitude constante. On donne : $R = 320 \Omega$ et $C = 0,47 \mu\text{F}$.

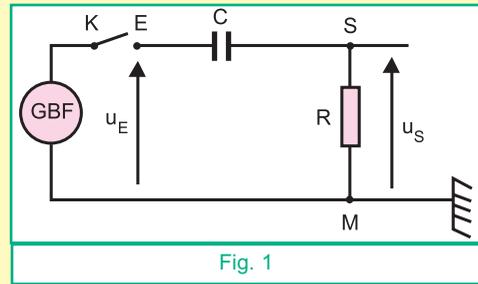


Fig. 1

- 1°) Etablir l'équation différentielle régissant l'évolution de $u_S(t)$.
- 2°) a- Déterminer l'expression de la transmittance T et du gain G à -3 dB du filtre.
b- Montrer qu'il s'agit d'un filtre passe-haut.
- 3°) Pour $U_{Em} = 2\text{V}$, on fait varier la fréquence N de la tension d'entrée et on note la valeur U_{Sm} de la tension de sortie. Par exploitation du tableau de valeurs, on trace la courbe de réponse en gain du filtre, donnée par la figure 2.

Déterminer, graphiquement :

- a- le gain maximal G_0 de G et en déduire la valeur de T_0 ,
- b- la fréquence de coupure N_b du filtre et justifier sa nature.
- 4°) Déterminer pour $N = 10^3 \text{ Hz}$, la valeur de l'amplitude U_{Sm} et celle de la phase initiale φ_S de $u_S(t)$.
- 5°) Préciser, l'effet de l'augmentation de la valeur de la résistance du conducteur ohmique sur la réponse du filtre.

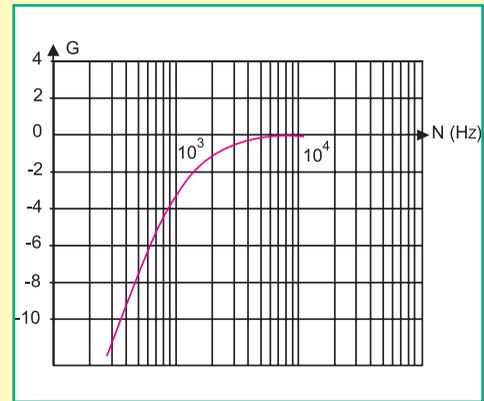


Fig. 2

SOLUTION
Etude théorique

1°) Par application de la loi des mailles au schéma de la figure 3, on obtient : $u_R(t) + u_C(t) - u_E(t) = 0$

D'autre part on a : $u_S = Ri$, ce qui donne $i = \frac{u_S}{R}$.

L'expression de q en fonction de i est $q = \int i dt$.

Ce qui donne : $q = \frac{1}{R} \int u_S dt$.

Par suite, la tension u_C aux bornes du condensateur s'écrit : $u_C = \frac{1}{RC} \int u_S dt$.

En exprimant les différentes tensions en fonction de $u_S(t)$ on obtient : $u_S + \frac{1}{RC} \int u_S dt = u_E$.

2°) Pour déterminer l'expression de la transmittance, on fait recours à la construction de Fresnel.

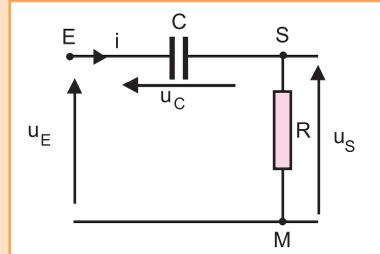


Fig. 3 : Schéma du filtre CR

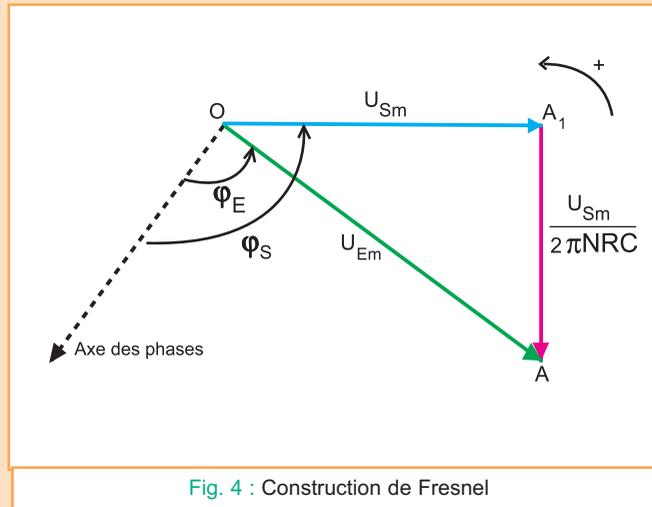


Fig. 4 : Construction de Fresnel

Dans le triangle OA_1A , on peut écrire : $(U_{Em})^2 = (U_{Sm})^2 + \left(\frac{U_{Sm}}{2\pi NRC} \right)^2$,

ce qui donne : $U_{Em} = \sqrt{1 + \left(\frac{1}{2\pi NRC} \right)^2} \cdot U_{Sm}$.

D'où : $T = \frac{U_{Sm}}{U_{Em}} = \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{1}{(2\pi NRC)^2}}}$.

D'autre part, le gain G est par définition $G = 20 \log T$, ce qui donne en remplaçant T par son expression : $G = -10 \log \left(1 + \frac{1}{(2\pi NRC)^2} \right)$.

D'après l'expression de T et pour les faibles valeurs de N , le terme $\frac{1}{(2\pi NRC)^2}$ est grand devant l'unité. Par suite, T tend vers zéro et l'atténuation du signal d'entrée est importante.

Pour les grandes valeurs de N , le terme $\frac{1}{(2\pi NRC)^2}$ est négligeable devant l'unité.

Par suite, la transmittance T tend vers 1, le signal ne subit pratiquement pas d'atténuation appréciable. Ainsi, il s'agit d'un filtre opaque (non passant) pour les faibles fréquences et transparent (passant) pour les fréquences élevées, c'est un filtre est passe-haut.

3°) a- $G_0 = 0$ dB et par suite $T_0 = 1$.

b- la fréquence de coupure basse $N_b = 1020$ Hz. En effet, il s'agit d'un filtre passe-haut, puisque pour les faibles fréquences on a un gain $G < G_0 - 3$ dB. Par contre pour $N > N_b$, le gain G vérifie : $G > G_0 - 3$ dB.

4°) Pour $N = 10^3$ Hz, on a un gain G pratiquement égale à -3 dB. Ainsi, $20 \log T = -3$ dB.

Cela donne : $T = \frac{U_{Sm}}{U_{Em}} = 0,71$. De cette expression, on tire : $U_{Sm} = T \cdot U_{Em} = 1,42$ V .

On a : $\varphi_S = \Delta\varphi + \frac{\pi}{2}$, d'autre part, $\text{tg}(\Delta\varphi) = \text{tg}(\varphi_S - \varphi_E) = \frac{1}{2\pi NRC}$.

$\text{tg}(\Delta\varphi) = 1,06 \Rightarrow \Delta\varphi = 46,6^\circ$ d'où $\varphi_S = 136,6^\circ$.

5°) la fréquence de coupure basse du filtre a pour expression : $N_b = \frac{1}{2\pi RC}$.

Par conséquent, une augmentation de R a pour effet la diminution de la valeur de la fréquence de coupure N_b . Par suite, une augmentation de la largeur de la bande passante du filtre.

Exercices à résoudre

Tests rapides des acquis

1 Items "vrai ou faux"

Evaluer les propositions suivantes par vrai ou faux

- 1°) Les quadripôles dont la fonction de transfert dépend de la fréquence sont appelés filtres.
- 2°) Le filtre RC est un filtre passant pour les signaux de faibles fréquences.
- 3°) La fréquence de coupure d'un filtre correspond à la fréquence où l'atténuation du signal d'entrée atteint 3 dB.
- 4°) La fréquence de coupure N_h d'un filtre passe-bas est indépendante de la valeur de sa capacité C.
- 5°) Le filtrage, moyennant un filtre actif est assuré, toujours, avec une amplification de la tension d'entrée.
- 6°) La tension de sortie $u_S(t)$, d'un filtre passif passe-haut CR, est toujours en avance de phase par rapport à sa tension d'entrée $u_E(t)$.
- 7°) Un filtre est dit sélectif lorsque la largeur de sa bande passante est comparable à sa fréquence propre N_0 .
- 8°) La bande passante, d'un filtre passe-bande, est d'autant plus étroite que le facteur de qualité Q du circuit est petit.

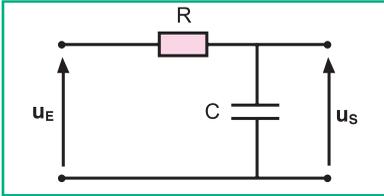
2 Questions à Choix Multiples

Préciser pour chacune des questions suivantes, la (ou les) proposition(s) juste(s).

- 1°) Un filtre électrique est passant si l'amplitude U_{Sm} de la tension de sortie est :
- a- $U_{Sm} > \frac{U_{Em}}{\sqrt{2}}$
 - b- $U_{Sm} > \frac{U_{Em}}{2}$
 - c- $(U_{Sm})^2 > \frac{(U_{Em})^2}{\sqrt{2}}$
- 2°) La transmittance T d'un filtre RC a pour expression :
- a- $T = \frac{1}{\sqrt{1 + (2\pi NRC)^2}}$
 - b- $T = \frac{1}{\sqrt{1 + 2\pi NRC}}$
 - c- $T = \frac{1}{\sqrt{1 + (\frac{1}{2\pi NRC})^2}}$
- 3°) Le déphasage $\Delta\varphi = \varphi_S - \varphi_E$, dans le cas d'un filtre passe-bas actif et pour $N = N_h$, vaut :
- a- $\Delta\varphi = -90^\circ$,
 - b- $\Delta\varphi = 135^\circ$,
 - c- $\Delta\varphi = 180^\circ$.
- 4°) Un filtre électrique est sélectif pour :
- a- $\Delta N \gg N_0$,
 - b- $\frac{N_0}{\varphi} \gg 1$,
 - c- $Q \gg 1$.

Exercices d'application

3 On considère le filtre RC représenté par la figure suivante.



La tension d'entrée du filtre est :

$$u_E(t) = U_{Em} \sin(2\pi Nt),$$

avec $R = 1,6 \text{ k}\Omega$ et $C = 0,1 \text{ }\mu\text{F}$.

1°) a- Sachant que le filtre est linéaire, écrire l'expression de la tension de sortie u_S en fonction du temps.

b- Etablir l'équation différentielle caractérisant ce filtre.

c- En déduire l'expression de la transmittance T .

d- Déduire l'expression du gain G du filtre ;

2°) a- Reproduire et compléter le tableau suivant :

N en Hz	10	100	200	500	10^3	10^4	10^5
G en dB							

b- Tracer la courbe de réponse en gain $G = f(N)$ du filtre.

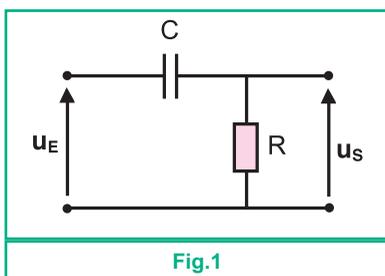
c- Déterminer, graphiquement, la fréquence de coupure du filtre et en déduire la largeur de la bande passante.

d- Justifier la nature de ce filtre.

3°) Déterminer la valeur du déphasage $\Delta\varphi$ de $u_S(t)$ par rapport à $u_E(t)$ et en déduire l'expression de la tension de sortie $u_S(t)$ en fonction du temps.

4 On considère le filtre schématisé par la figure 1, avec $R = 1 \text{ k}\Omega$ et $C = 10 \text{ nF}$.

A l'entrée du filtre est appliquée une tension sinusoïdale d'amplitude constante et de fréquence N réglable.



1°) Préciser la nature du filtre.

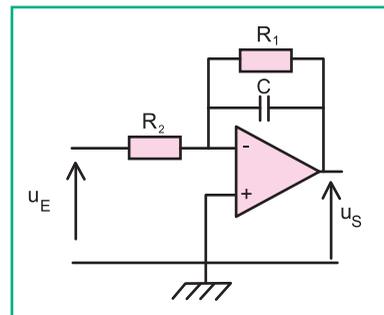
2°) Ecrire l'équation différentielle relative à ce filtre.

3°) Etablir l'expression de sa fonction de transmittance T et déterminer sa valeur pour les fréquences élevées.

4°) Calculer la fréquence de coupure N_C du filtre et en déduire sa bande passante.

5°) Représenter l'allure de la courbe de réponse $G = f(N)$.

5 On considère le filtre électrique de la figure suivante. A l'entrée du filtre, on applique une tension $u_E(t) = U_{Em} \sin(2\pi Nt)$, d'amplitude $U_{Em} = 2 \text{ V}$ et de fréquence N réglable.



La tension de sortie est : $u_S(t) = U_{Sm} \sin(2\pi Nt + \varphi)$.

L'amplificateur opérationnel est supposé idéal et polarisé à $\pm 15 \text{ V}$.

1°) Etablir l'équation différentielle régissant les variations de la tension de sortie $u_S(t)$ du filtre pour une tension d'entrée $u_E(t)$.

2°) Faire la construction de Fresnel relative à l'équation différentielle régissant les variations de $u_S(t)$.

3°) En exploitant cette construction, déterminer l'expression de la transmittance T du filtre.

4°) a- Montrer que l'expression du gain G du filtre peut se mettre sous la forme :

$$G = 20 \log \left(\frac{R_1}{R_2} \right) - 10 \log (1 + (2\pi N R_1 C)^2).$$

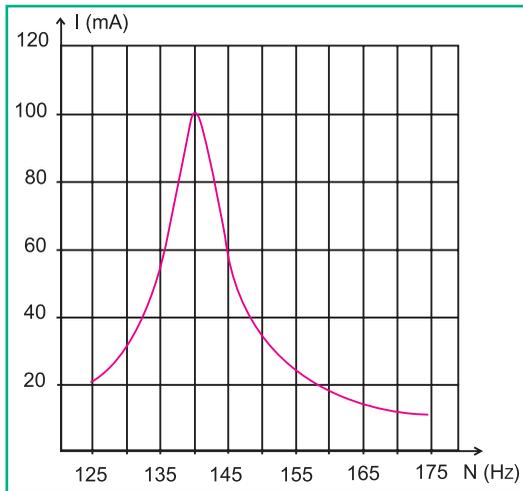
b- Déduire le comportement du filtre pour les faibles et les hautes fréquences.

5°) a- Déterminer l'expression et la valeur du gain maximal G_0 . On donne $R_2 = 2R_1$.

b- Quelle condition doit satisfaire le gain G pour que le filtre soit passant ?

c- Calculer la valeur de la fréquence N_h du filtre pour $R_2 = 318 \text{ }\Omega$ et $C = 0,47 \text{ }\mu\text{F}$.

6 On étudie un circuit RLC constitué d'un condensateur de capacité C , d'une bobine d'inductance L et de résistance négligeable, d'un conducteur ohmique de résistance R et d'un générateur. Ce dernier délivre une tension sinusoïdale de valeur efficace $U = 2 \text{ V}$ et de fréquence N réglable. On mesure l'intensité efficace I du courant qui traverse le circuit pour différentes valeurs de la fréquence. Les résultats de mesures permettent de tracer le graphique suivant.



- 1°) Préciser, pour $N = 140 \text{ Hz}$, le phénomène dont le circuit y est le siège. Justifier la réponse.
- 2°) Calculer, à l'aide du graphique et sans démonstration, les valeurs de la résistance R et de l'inductance L pour $C = 4 \mu\text{F}$.
- 3°) a- Déterminer, graphiquement, la bande passante de ce circuit.
b- Calculer le facteur de qualité Q de ce filtre.

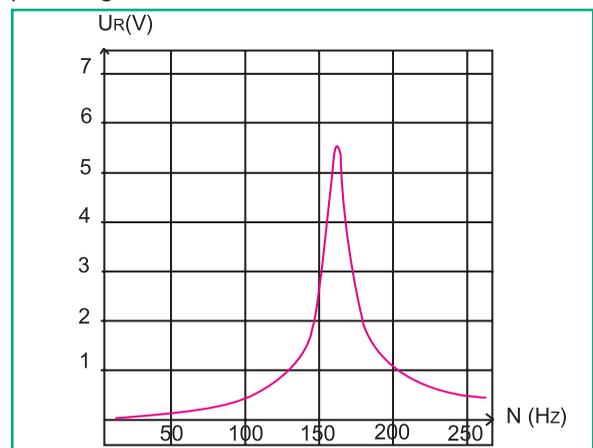
Exercices de synthèse

7 Un circuit série AB comprend une bobine d'inductance L et de résistance négligeable, un condensateur de capacité C et un conducteur ohmique de résistance R . On applique entre A et B une tension alternative sinusoïdale de fréquence N réglable et de valeur efficace maintenue constante $U_E = 5 \text{ V}$. Lorsqu'on fait varier la fréquence N , on constate, d'une part que l'intensité efficace du courant passe par un maximum $I_0 = 20 \text{ mA}$ pour une valeur particulière N_0 de la fréquence.

D'autre part, en dehors de ce cas particulier, il existe toujours deux valeurs de la fréquence pour lesquelles l'intensité I du courant est la même.

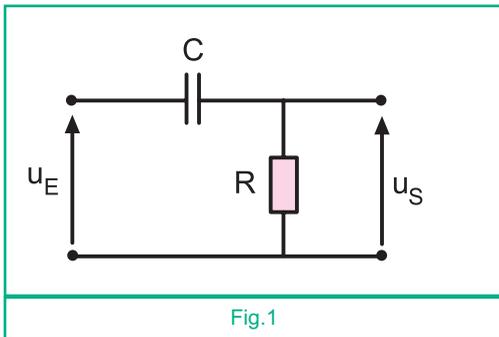
- 1°) a- Interpréter brièvement ces constatations et préciser le phénomène en question.
b- Justifier, à partir de ces constatations qu'il s'agit d'un filtre électrique passe-bande.
- 2°) L'intensité efficace est $I = 14 \text{ mA}$ pour deux fréquences $N_1 = 900 \text{ Hz}$ et $N_2 = 2500 \text{ Hz}$.
a- Justifier que N_1 et N_2 sont les fréquences de coupure basse et haute du filtre. En déduire la largeur de la bande passante.
b- Déterminer la valeur de la fréquence N_0 et le facteur de qualité Q du filtre.
- 3°) a- Calculer la valeur de la résistance R du conducteur ohmique et l'inductance L de la bobine.
b- Déduire la valeur de la capacité C du condensateur.
c- Proposer une méthode pratique permettant d'augmenter la sélectivité de ce filtre.

8 On considère le circuit électrique constitué d'une bobine d'inductance L et de résistance r , d'un conducteur ohmique de résistance $R = 60 \Omega$ et d'un condensateur de capacité C , montés en série. Le circuit est alimenté par un générateur maintenant entre ses bornes une tension sinusoïdale de valeur efficace $U_E = 6 \text{ V}$ et de fréquence N réglable entre 20 et 300 Hz. On fait varier N et pour chaque valeur de N on relève la valeur de l'intensité efficace I du courant électrique et on trace la courbe $U_R = f(N)$ donnée par la figure suivante.



- 1°) Déterminer, graphiquement, la valeur de la fréquence N_0 de l'oscillateur.
- 2°) Calculer la valeur de la résistance $R_0 = R + r$. En déduire la valeur de r .
- 3°) Justifier qu'il s'agit d'un filtre passe-bande. Déterminer la largeur de la bande passante.
- 4°) Déterminer la valeur du facteur de qualité Q du circuit. En déduire la valeur de la tension efficace aux bornes du condensateur à la résonance d'intensité.
- 5°) Calculer la valeur de l'inductance L de la bobine et celle de la capacité C du condensateur.
- 6°) Schématiser la nouvelle allure de la courbe de réponse $U_R = f(N)$, dans le cas où on refait la même expérience après avoir augmenté la valeur de la résistance du conducteur ohmique.

9 Un générateur basse fréquence délivrant une tension sinusoïdale de valeur maximale constante, alimente un filtre CR constitué d'un condensateur de capacité C réglable et d'un conducteur ohmique de résistance R , comme le montre la figure 1.



On désigne par $u_E(t)$ la tension d'entrée du filtre et par $u_S(t)$ sa tension de sortie, avec:
 $u_E(t) = U_{Em} \sin(2\pi Nt)$ et $u_S(t) = U_{Sm} \sin(2\pi Nt + \varphi)$.
 Pour une tension maximale U_{Em} donnée, on fait varier la fréquence N de la tension d'entrée.
 Pour chaque valeur de N , on mesure la tension maximale U_{Sm} . Par suite, on trace la courbe de réponse en gain $G(N)$ donnée par la figure 2.

- 1°) a- Définir un filtre électrique.
 - b- Préciser, en le justifiant, si le filtre considéré est :
 - actif ou passif,
 - passe-haut ou passe-bas.

2°) a- Rappeler la condition pour qu'un filtre électrique soit passant.

b- Déterminer graphiquement la valeur de la fréquence de coupure N_c du filtre et en déduire sa bande passante.

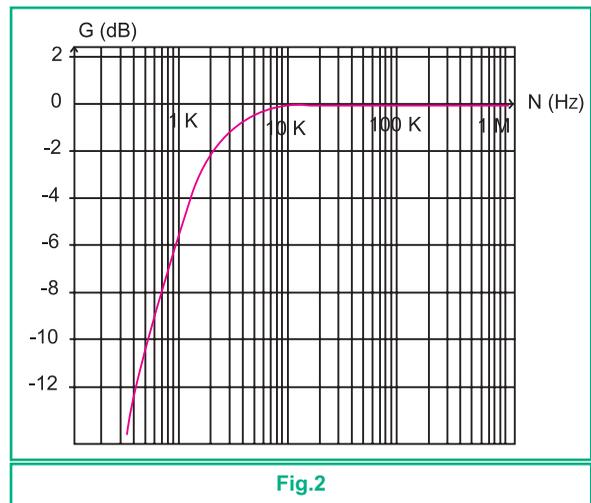
c- On considère deux signaux (S_1) et (S_2) de fréquences respectives $N_1 = 1$ kHz et $N_2 = 2$ kHz. Lequel des deux signaux est transmis par le filtre? Justifier.

3°) a- Montrer que la fréquence de coupure du

filtre est donnée par la relation : $N_C = \frac{1}{2\pi RC}$.

b- Calculer la valeur de N_C pour : $R = 10$ kΩ et $C = 10$ nF.

c- Calculer la valeur limite C_0 de la capacité C permettant la transmission des deux signaux (S_1) et (S_2).



D'après bac 2008

10 Un circuit série AB, alimenté par une tension sinusoïdale $u_E(t) = u_{Em} \sin(2\pi Nt + \varphi_u)$ de fréquence N réglable, comprend en série : une bobine d'inductance L , un condensateur de capacité C et un conducteur ohmique de résistance R . L'expression de l'intensité du courant qui circule dans le circuit est :

$$i(t) = I_m \sin(2\pi Nt).$$

Partie A

1°) Donner les expressions des tensions instantanées aux bornes de la bobine et aux bornes du condensateur.

2°) Etablir l'équation différentielle régissant l'intensité instantanée du courant $i(t)$.

3°) Faire la construction de Fresnel relative à cette équation différentielle.

4°) Déterminer, par exploitation de la construction, les expressions de l'amplitude I_m de $i(t)$ et du déphasage $\Delta\varphi = \varphi_u - \varphi_i$.

Partie B

On ferme le circuit et on fait varier la fréquence N de la tension d'entrée. Pour chaque valeur de N , on note l'intensité efficace I du courant qui circule dans le circuit. On donne :

$U = 20 \text{ V}$; $L = 0,5 \text{ H}$; $R = 50 \text{ } \Omega$ et $C = 10 \text{ } \mu\text{F}$.

1°) Préciser la valeur N_0 de N , pour laquelle l'impédance du circuit est minimale.

2°) Calculer, dans ces conditions:

a- l'intensité efficace maximale I_0 du courant,

b- la tension efficace U_b aux bornes de la bobine,

3°) Déterminer la valeur du facteur de qualité ou facteur de surtension Q .

4°) a- Donner l'allure de la courbe de variation de l'intensité du courant $I = f(N)$.

b- Montrer qu'il existe deux fréquences N_1 et

N_2 pour lesquelles on a : $I = \frac{I_0}{\sqrt{2}}$.

Nommer ces deux fréquences.

5°) Calculer la largeur ΔN de la bande passante.

6°) Préciser le dipôle à remplacer dans le circuit pour doubler la largeur de la bande passante sans modifier la valeur de la fréquence centrale N_0 .



Document scientifique

11 Un filtre passif se caractérise par l'usage exclusif de composants passifs (bobines, résistances, condensateurs). Par conséquent, le gain d'un tel filtre ne peut excéder l'unité. Toute fois, il ne peut qu'atténuer en partie les signaux sans les amplifier.

Les réalisations les plus simples sont basées sur des circuits RC, RL, LC ou circuit RLC. Les filtres passifs sont rarement sujet à des phénomènes de saturation, d'où par exemple leur usage dans les enceintes des haut-parleurs. Toutefois, un même circuit peut difficilement couvrir à lui seul une très large gamme de fréquences car le choix d'un type de bobine ou de condensateur dépend de la fréquence. En effet, une bobine est constituée d'un fil et est donc très conductrice en basse fréquence. Par contre, elle s'oppose au passage des hautes fréquences. Les condensateurs font l'inverse (isolant en basse fréquence, conducteur en haute fréquence).

Questions

1°) A partir du texte, indiquer les caractéristiques d'un filtre passif.

2°) Décrire le comportement d'une bobine d'inductance L , pour les faibles et les hautes fréquences.

3°) Justifier le fait que les filtres actifs sont sujets à des phénomènes de saturation.

En savoir plus

Egaliseur et égalisation

Les fréquences audibles, théoriquement, par une oreille jeune et en bonne santé s'échelonnent de 20 Hz à 20 kHz. Cependant, il faut signaler qu'avec l'âge, on a tendance à "perdre" les aigus. Cette plage de fréquences audibles, peut-être arbitrairement découpée en quatre bandes : les graves, les bas-médiums, les haut-médiums et les aigus. Ce découpage n'étant pas normalisé et n'ayant rien de scientifique. Très approximativement, les graves vont de 20 à 150 Hz, les bas-médiums, de 150 à 800 Hz, les hauts-médiums, de 800 Hz à 4 kHz et les aigus, de 4000 à 20000 Hz.



Quelle que soit son type, quelle que soit sa forme, quelle que soit la technologie employée, l'égaliseur, ou correcteur, remplit invariablement la même fonction : celle d'atténuer ou d'amplifier certaines fréquences d'un signal, ou de modifier son timbre. Les applications qui découlent de cette fonction sont diverses et variées. Un sonorisateur, par exemple, se servira d'un égaliseur pour compenser les défauts d'une salle de spectacle. Dans les studios de mixage, on utilisera un égaliseur pour changer ou modeler le timbre d'un instrument de musique. Ainsi, avec un égaliseur, on peut renforcer le coup d'archet d'un violon, conférer plus de corps à une caisse claire, donner plus de brillance à une voix... Un égaliseur est utilisé, aussi, pour faire en sorte que les instruments, au mixage, se mélangent harmonieusement et ne se perturbent pas les uns les autres. Ainsi, on peut ôter les graves d'une contrebasse envahissante qui se mélangent avec le bruit de grosse caisse. Pour compenser les défauts d'un micro ou de sa position, pour pallier l'absence de telles ou telles fréquences d'un signal donné, on utilise des égaliseurs.

Pour régler les graves et les aigus, on utilise les égaliseurs de type "shelving". C'est ce type de correcteurs que l'on rencontre sur les chaînes hifi, les autoradios, etc. Dans les graves, l'égaliseur permet, au moyen d'un potentiomètre d'atténuer ou d'amplifier tout ce qui se situe en deçà d'une certaine fréquence. Même principe pour les aigus, l'égaliseur affectant cette fois tout ce qui se situe au-delà d'une certaine fréquence. Sur les petites consoles de home studio, la section d'égalisation se résume bien souvent à ce réglage sommaire des graves et des aigus.

D'après MacMusic.org

Fiche technique

Détermination des fréquences de coupure d'un filtre électrique

Méthode pratique

Les fréquences de coupure d'un filtre peuvent se mesurer à l'aide d'un décibel-mètre (c'est un voltmètre électronique pour lequel il existe une échelle et des calibres en décibels en regard d'une échelle et des calibres en volts), il suffit dans ce cas de mesurer les fréquences pour lesquelles le gain est égal au gain maximal G_0 moins 3 dB. Elles peuvent se mesurer également à l'aide d'un voltmètre ou de l'oscilloscope. En effet, si la tension d'entrée U_{Em} est

maintenue constante, les fréquences de coupure s'obtiennent pour : $U_{Sm} = \frac{(U_{Sm})_{max}}{\sqrt{2}}$.

On peut, par exemple, ajuster l'amplitude crête à crête de la tension de sortie maximale (au milieu de la bande passante) sur sept carreaux de l'oscilloscope, les fréquences de coupure s'obtiennent, alors, lorsque l'amplitude crête à crête de la tension de sortie prend, sur

l'écran de l'oscilloscope, une distance de cinq carreaux $\left(\frac{7}{\sqrt{2}} \approx 5\right)$.

Choix des points de mesure

- Dans un premier temps, il faut balayer toute la plage de fréquences pour évaluer T_0 ou G_0 et situer la ou les fréquence(s) de coupure.
- Dans un deuxième temps, il faut déterminer avec le maximum de précision les fréquences pour lesquelles la fonction de transfert (ou le gain G) prend la valeur $T = \frac{T_0}{\sqrt{2}}$ (ou bien $G = G_0 - 3$ dB).
- Pour terminer, il faut ajouter des points de mesure pour tracer la courbe d'évolution de la fonction de transfert T ou du gain G .

D'après : Génie électronique

Objectifs

- ◆ Distinguer entre une onde transversale et une onde longitudinale.
- ◆ Reconnaître que la propagation d'une onde est due à une propagation d'énergie sans transport de matière.
- ◆ Réaliser une expérience illustrant la propagation d'une onde sinusoïdale dans un milieu homogène et isotrope.
- ◆ Identifier dans un milieu de propagation donné, les propriétés dont dépend la célérité d'une onde.
- ◆ Etablir l'équation horaire du mouvement d'un point donné du milieu de propagation connaissant celle de la source d'onde progressive et représenter graphiquement le diagramme du mouvement de ce point.
- ◆ Représenter graphiquement l'aspect à un instant donné, du milieu (ou d'une coupe du milieu) de propagation d'une onde progressive.
- ◆ Reconnaître la double périodicité d'une onde sinusoïdale.

Prérequis

SAVOIR	SAVOIR FAIRE
<ul style="list-style-type: none"> ◆ Définir un phénomène périodique. ◆ Définir la période T et la fréquence N d'un phénomène périodique. ◆ Ecrire la relation $N = \frac{1}{T}$. ◆ Définir une grandeur sinusoïdale. ◆ Définir la pulsation et l'amplitude d'une grandeur sinusoïdale. ◆ Ecrire la relation $T = \frac{2\pi}{\omega}$ (ou $N = \frac{\omega}{2\pi}$) 	<ul style="list-style-type: none"> ◆ Utiliser l'oscilloscope. ◆ Appliquer les relations : $N = \frac{1}{T} \text{ et } T = \frac{2\pi}{\omega} \text{ (ou } \omega = 2\pi N \text{).}$ ◆ Représenter graphiquement une grandeur sinusoïdale en fonction du temps. ◆ Mesurer les durées et les vitesses à l'aide de photodétecteurs.