LE CONDENSATEUR
LE DIPÔLE RC

1

L'éclair lumineux de très forte intensité d'une lampe flasch d'un appareil photo se produit grâce à un condensateur.

- Le condensateur est un composant électrique connu comme un réservoir d'énergie. De quelle forme d'énergie s'agit-il et qu'est-ce qui confère au condensateur cette propriété ?
- Quel est le principe de fonctionnement du flash d'un appareil photo ?

LE CONDENSATEUR

Le condensateur est un terme introduit en 1782 par Volta (physicien italien, 1745-1827) après avoir constaté que l'électricité "se condense" sur les surfaces en regard de deux conducteurs quand on les approche l'un de l'autre.

1 DÉFINITION ET EXEMPLES

1.1- DÉFINITION ET SYMBOLE

Un condensateur est un composant électrique constitué de deux plaques conductrices trés faiblement espacées et séparées par un isolant électrique. Les plaques sont désignées par les armatures du condensateur et le matériau isolant est appelé diélectrique.
Le condensateur est symboliquement représenté par deux traits parallèles qui représentent les armatures (Fig.1).
La petite distance qui les sépare représente l'épaisseur du diélectrique, celui-ci peut être de l'air, une feuille de papier imbibée d'huile de paraffine, de la céramique formée d'un mélange d'oxyde de titane et de titanates, du mica, du téflon, du polyéthène, de l'alumine ...
Étant un dipôle électrocinétique, le condensateur a deux bornes reliées directement à ses armatures. Dans le cas où les armatres sont planes et parallèles, le condensateur est dit plan.

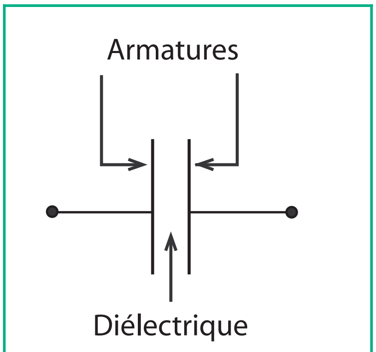


Fig.1 : Symbole du condensateur

1.2- EXEMPLES DE CONDENSATEURS USUELS

Actuellement, dans le commerce et comme le montre la photographie de la figure 2, on trouve des modèles de condensateurs de formes et de dimensions diverses.
Exemples :

- Les condensateurs à air où le diélectrique est l'air.
- Les condensateurs à diélectrique solide dans lesquels les feuilles métalliques, minces, sont roulées. Ils sont généralement de forme cylindrique.
- Les condensateurs électrochimiques dans lesquels les armatures sont en aluminium et le diélectrique est une mince couche d'alumine déposée par électrolyse.


Fig.2 : Quelques condensateurs usuels

2 CHARGE ET DÉCHARGE D'UN CONDENSATEUR

Manipulation

On réalise le montage de la figure 3 qui comprend un générateur de force électromotrice E, un galvanomètre balistique G, un résistor de résistance R et un commutateur K.

On commence par mettre le commutateur K dans la position 2, rien ne se produit.

En plaçant le commutateur K en position 1, l'aiguille du galvanomètre G dévie d'un angle α dans le sens 1 indiqué sur la figure 4.a, puis revient à zéro.

Lorsqu'on ouvre le circuit et on le ferme de nouveau, on n'observe plus de déviation, on dit que le condensateur est chargé.

Quand on bascule le commutateur en position 2, l'aiguille du galvanomètre dévie du même angle α que précédemment mais dans le sens 2, puis elle revient lentement à zéro (Fig.4b) Lorsqu'on ouvre le circuit et on le ferme de nouveau,on n'observe plus de déviation, on dit que le condensateur est déchargé.

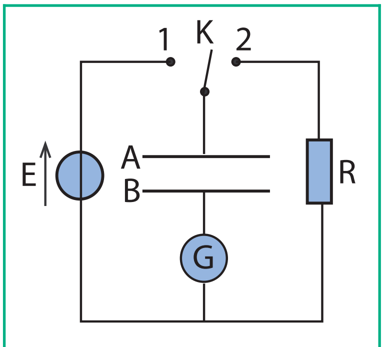


Fig.3 : Montage de charge et de décharge d'un condensateur

Questions

1°) Peut-on décharger un condensateur non chargé ? préciser, parmi les observations faites, celle qui justifie la réponse.

2°) Expliquer les phénomènes de charge et de décharge d'un condensateur et en déduire si l'on peut recharger un condensateur déchargé.

Interprétation

◆ **Commutateur en position 1**

Quand le commutateur K est en position 1, les armatures A et B, initialement neutres, du condensateur se trouvent reliées directemment et respectivement au pôle (+) et au pôle (-) du générateur.

Des déplacements d'ensemble d'électrons s'effectuent alors dans les fils conducteurs de l'armature A vers le pôle (+) et du pôle (-) vers l'armature B jusqu'à ce que A soit au même potentiel que le pôle (+) et B au même potentiel que le pôle négatif. En d'autres termes, un courant électrique circule du pôle (+) vers A et de B vers le pôle (-) jusqu'à ce qu'il apparaisse une charge +q sur l'armature A et une charge -q sur l'armature B (Fig.4a), créant une différence de potentiel(V_A-V_B) égale à celle délivrée aux bornes du générateur.

Ainsi, le condensateur est chargé.

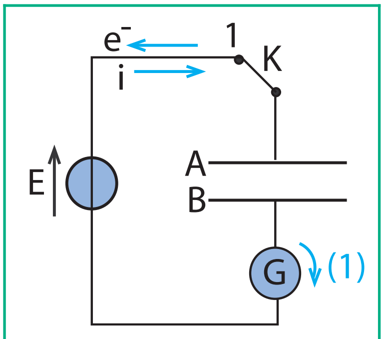


Fig.4a : Déviation de l'aiguille du galvanomètre dans le sens (1)

◆ **Commutateur en position 2**

Malgré le fait que le générateur de tension ne soit plus dans le circuit (Fig.4b), on note la circulation d'un courant bref dans celui-ci. En fait, lorsque K est en position 2, les armatures A et B portant les charges antagonistes +q et -q se trouvent reliées l'une à l'autre à travers le résistor, l'attraction entre +q et -q provoque un mouvement d'ensemble d'électrons de B vers A, dans les fils conducteurs à travers le résistor, c'est-à-dire la circulation d'un courant électrique dans le sens contraire. Un courant qui cesse dès que les armatures A et B se retrouvent de nouveau neutres. Ainsi, le condensateur est déchargé.

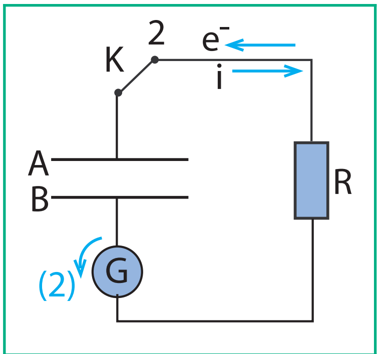


Fig.4b : Déviation de l'aiguille du galvanomètre dans le sens (2)

Conclusion

Le condensateur est un composant électrique capable de stocker des charges électriques.

3 CHARGE D'UN CONDENSATEUR ET INTENSITÉ DU COURANT

3.1- Caractère algébrique de l'intensité du courant

Manipulation

On réalise le montage de la figure 5 avec un générateur de tension idéal de f.e.m. E, un résistor de résistance R, un condensateur, un commutateur K et deux diodes électro-luminescentes D_1 et D_2.

On enregistre à l'aide d'un oscilloscope à mémoire ou d'un système informatique d'acquisition de données, la tension u_R aux bornes du résistor lorsque le commutateur K est respectivement en position 1 et en position 2 (Fig.6).

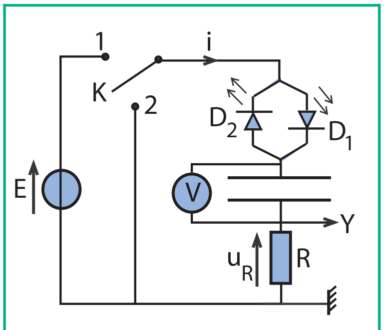


Fig.5 : Montage de charge et de décharge d'un condensateur

Questions

1°) Montrer que lorsque le commutateur K est dans la position 1, c'est la diode D_1 seulement qui s'allume, tandis que lorsqu'il est dans la position 2, c'est la diode D_2 qui s'allume.

2°) L'enregistrement de la figure 6 montre que la tension u_R est positive lorsque K est en 1, négative quand il est en 2.

Sachant que $u_R = Ri$, montrer graphiquement, que l'intensité i est positive et décroissante pendant la charge, négative et croissante pendant la décharge.

Interprétation

En choisissant comme sens positif du courant, celui indiqué sur la figure 5, on voit que l'intensité i est positive lorsque K est en position 1, c'est-à-dire pendant la charge du condensateur. La diode D_1, passante, s'allume. Par contre, pendant la décharge, le courant électrique circule dans le sens contraire du sens positif choisi, ce qui explique le signe négatif de son intensité et la luminescence de la diode D_2.

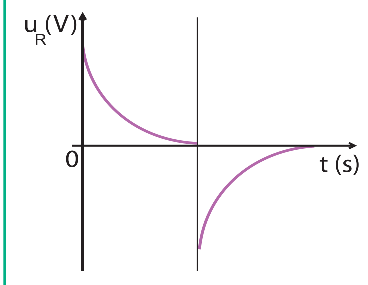


Fig.6 : Caractère algébrique de l'intensité du courant

Conclusion

L'intensité du courant électrique est une grandeur algébrique. Elle est positive si le courant circule dans le sens arbitraire choisi et négative si le courant circule dans le sens contraire.

3.2- CHARGE q D'UN CONDENSATEUR

On choisit arbitrairement un sens positif pour l'intensité du courant, celui indiqué sur la figure 7 par exemple.
Soit i l'intensité algébrique du courant : i > 0 si le courant circule dans le sens indiqué sur la figure 7 et i < 0 s'il circule dans le sens contraire.

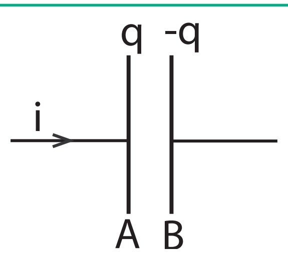


Fig.7 : Charge du condensateur

Définition

On appelle charge q d'un condensateur ☉, la charge de l'une de ses armatures, choisie conventionnellement, celle vers laquelle est orienté le sens positif du courant.

☉ Ne pas confondre entre la charge q d'un condensateur et le phénomène de charge.

3.3- RELATION ENTRE INTENSITÉ i DU COURANT ET CHARGE q D'UN CONDENSATEUR

Les grandeurs i et q sont variables au cours du temps. Entre les instants t et t + Δt, le courant circulant dans le sens positif, transporte la quantité d'électricité $\Delta q > 0$, ce qui fait augmenter la charge de l'armature A de Δq.
L'intensité du courant étant la quantité d'électricité transportée (ou traversant une section droite) par unité de temps, on a :

$$\boxed{i(t) = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta q}{\Delta t} = \frac{dq}{dt}}$$

4 RELATION ENTRE LA CHARGE q ET LA TENSION u_C

Manipulation

On réalise le montage de la figure 8 avec un générateur de courant, un interrupteur K_1, un ampèremètre et un condensateur montés tous en série. Un voltmètre numérique et un interrupteur K_2 sont branchés aux bornes du condensateur.
Étant idéal, le générateur du courant débite dans le circuit un courant continu d'intenstié I.
La charge q étant proportionnelle à la durée t, on a q = I.t.
Étudier q en fonction de la tension u_C aux bornes du condensateur revient à étudier u_C en fonction du temps.
Avant toute mesure, on ferme l'interrupteur K_2, puis on l'ouvre et on le maintient ainsi durant toute l'expérience.
Simultanément, on ferme K_1 et on déclenche le chronomètre.
Toutes les 5 secondes, on mesure la tension $u_C = u_{AB}$.
Pour I = 0,144 mA par exemple, on obtient les résultats consignés dans le tableau suivant :

t (s)	0	5	10	15	20	25	30
u_C(V)	0	1,5	3,0	4,6	6,1	7,6	9,2

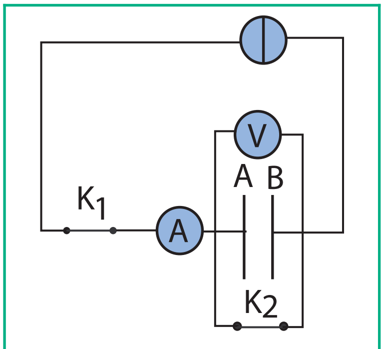


Fig.8 : Montage de charge d'un condensateur à courant constant

Questions

1°) Que se passe-t-il quand on ferme K_2 ? Quelle est l'indication du voltmètre ?
2°) Avant de fermer K_2, le voltmètre peut indiquer une tension non nulle. Expliquer cette possibilité.
3°) A l'aide du tableau de mesures dressé, montrer que la charge q augmente avec u_C.
4°) Comme courbe d'évolution de la tension u_C aux bornes du condensateur en fonction de la durée de charge, on obtient le tracé de la figure 9.
Montrer, graphiquement, que u_C = kt où k est une constante que l'on calculera.
5°) Déterminer la relation entre la charge q du condensateur et la tension u_C à ses bornes.

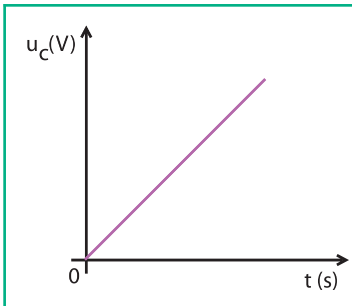


Fig.9 : Courbe d'évolution de la tension u_C au cours du temps

Interprétation

◆ Relation de proportionnalité entre q et u_C

La courbe u_C = f(t) est une droite qui passe par l'origine (Fig.9). Par suite, u_C = kt avec k une constante positive. On en déduit que la tension u_C est proportionnelle à la durée t de passage du courant de charge. Compte tenu de la relation q = It, il vient :

$$u_C = k\frac{q}{I}, \text{ d'où : } q = \frac{I}{k}u_C.$$

Comme I est constant, le quotient $\frac{I}{k}$ est une constante notée C.
On a ainsi : $\boxed{q = C\,u_C}$.

Remarque

Si on refait la même expérience avec un autre condensateur, on aboutit à la même relation de proportionnalité mais avec une autre valeur pour la constante C.

◆ Capacité d'un condensateur

La charge q d'un condensateur est proportionnelle à la tension u_C à ses bornes : $q = C\,u_C$.
Le facteur de proportionnalité C est une grandeur qui caractérise l'aptitude du condensateur à emmagasiner une charge électrique q lorsqu'il est soumis à une tension u_C, appelée capacité du condensateur.
C ne dépend que des caractéristiques géométriques du condensateur et de la nature du diélectrique.

◆ Unité et ordres de grandeur

La capacité C d'un condensateur est une grandeur mesurable. Dans le système international d'unités, elle s'exprime en Farad (F)☉. Le farad est la capacité d'un condensateur qui, soumis à une différence de potentiel de 1 V, prend une charge de 1 Coulomb.

☉ Le nom de l'unité de capacité est dédié à Michael Faraday (physicien et chimiste anglais, 1791-1867)

La valeur de la capacité des condensateurs usuels varie selon l'usage dans un vaste domaine mais tout en restant trés inférieure au farad. Autrement dit, le farad est une grande unité de capacité. On préfère alors utiliser des sous multiples du farad :

- le millifarad : 1 mF = 10^{-3} F
- le microfarad: 1 μF = 10^{-6} F
- le nanofarad: 1 nF = 10^{-9} F
- le picofarad : 1 pF = 10^{-12} F
- le femtofarad: 1 fF = 10^{-15} F

Voici quelques exemples d'ordres de grandeurs de C :

Type du condensateur	Ordre de grandeur de C
Condensateur électrochimique	μF - F
Condensateur au mica, céramique	pF - nF
Condensateur au papier	μF
Condensateur au tantale	0,1 μF - 0,01 μF
Condensateur au polypropylène	nF - μF

5 CAPACITÉ D'UN CONDENSATEUR PLAN

La capacité d'un condensateur plan est proportionnelle à la surface S des armatures en regard et inversement proportionnelle à l'écartement e de ses armatures (Fig.10).
On peut écrire :

$$\boxed{C = \varepsilon \frac{S}{e}}$$

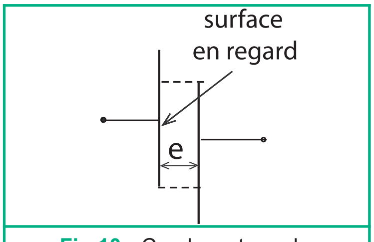


Fig.10 : Condensateur plan

Le facteur de proportinnalité ε est une constante qui ne dépend que de la nature du diélectrique, on l'appelle permittivité absolue du diélectrique. Dans le système international d'unités, ε s'exprime en farads par mètre. La permittivité ε_o du vide est :

$$\boxed{\varepsilon_0 = \frac{1}{36\pi.10^9}} \qquad (F.m^{-1})$$

La permittivité de l'air est pratiquement égale à celle du vide. Tous les autres diélectriques ont une permittivité absolue plus grande que celle du vide.
Pour des raisons de commodité de travail, on définit aussi la permittivité relative ε_r d'un diélectrique comme étant le rapport de sa permittivité absolue sur la permittivité du vide :

$$\boxed{\varepsilon_r = \frac{\varepsilon}{\varepsilon_0}} \quad \text{d'où} \quad \boxed{C = \varepsilon_r \varepsilon_o \frac{S}{e}}$$

Le tableau suivant donne des exemples de valeurs de la permittivité absolue ε et de la permittivité relative ε_r :

Diélectrique	ε_r	**ε (10^{-11} $F.m^{-1}$)**
Vide , air	1	0,885
Papier paraffiné	2 - 2,5	1,8 - 2,2
Polystyrène	2 - 3	1,8 -2,7
Verre	4 - 7	3,5 - 6,2
Mica	5 - 8	4,4 - 7,1
Céramique	15 - 2500	13,2 - 2200

6 TENSION DE SERVICE ET TENSION DE CLAQUAGE

En plus de la valeur de la capacité du condensateur, le constructeur indique généralement sur le boitier deux valeurs différentes de tensions électriques, que représentent-elles ?

La charge q = C.u d'un condensateur ne peut pas augmenter indéfiniment avec la tension u à ses bornes car celle-ci ne doit pas atteindre une valeur limite qui entraîne un dysfonctionnement (perte des propriétés) du composant.
En fait, lorsque la tension u est trés élevée, les charges q et -q portées par les armatures du condensateur font jaillir des étincelles à travers le diélectrique qui sera à son tour troué quand il est autre que l'air ou le vide et perdra alors son caractère isolant. Dans ces conditions, on entend généralement un crépitement et on dit que le condensateur a claqué: il est détérioré, d'où le nom de tension de claquage ou de rupture.

Définition
On appelle tension de claquage d'un condensateur la plus petite tension (en valeur absolue) faisant jaillir une étincelle entre les armatures du condensateur.

Ainsi, pour éviter de détériorer un condensateur, il faut éviter d'appliquer à ses bornes une tension de valeur absolue voisine de la valeur de la tension de claquage indiquée par le constructeur.
La deuxième valeur de tension indiquée sur le boitier d'un condensateur est appelée tension de service, elle est d'une valeur nettement inférieure à celle de claquage, c'est la tension nominale du composant.

7 ÉNERGIE EMMAGASINÉE PAR UN CONDENSATEUR

7.1- LE CONDENSATEUR EST UN RÉSERVOIR D'ÉNERGIE

On sait qu'un courant électrique ne circule dans une portion de circuit, que lorsqu'il existe entre ses bornes une différence de potentiel non nulle. Ainsi, la circulation du courant dans les expériences décrites précédemment, en l'absence de tout générateur prouve que c'est le condensateur chargé qui a joué, pendant quelques instants, le rôle de générateur. Donc, le condensateur est un réservoir d'énergie.

Expérience complémentaire

On réalise le montage de la figure 11, constitué d'un générateur délivrant une tension continue E réglable, d'un condensateur de trés grande capacité C, d'un petit moteur électrique M et d'un commutateur K.

On place le commutateur K dans la position 1 puis on le bascule sur la position 2, le moteur se met à tourner, puis s'arrête spontanément.

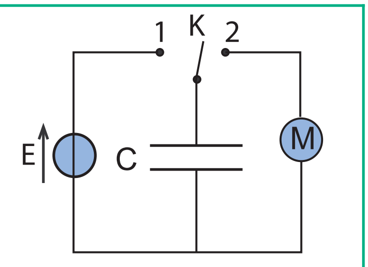


Fig.11 : La décharge d'un condensateur peut mettre en marche un moteur.

Questions

1°) Qu'est ce qui montre, dans cette expérience, que le condensateur est un réservoir d'énergie?

2°) Quelle est l'opération avec laquelle le condensateur est devenu ce réservoir d'énergie?.

3°) Expliquer la petite durée de rotation du moteur.

Conclusion

Le condensateur est un réservoir d'énergie potentielle électrique (ou électrostatique).

Cette énergie se manifeste, lors de la décharge du condensateur, en se transformant en énergie thermique dans les différents conducteurs, en énergie cinétique dans un moteur, en énergie lumineuse dans une diode LED par exemple...

7.2- EXPRESSION DE L'ÉNERGIE EMMAGASINÉE

L'énergie électrostatique emmagasinée par un condensateur de capacité C, chargé sous une tension u, s'exprime par :

$$\boxed{E_C = \frac{1}{2} C\, u^2}$$

Avec C en farad et u en volt, E_C s'exprime en joule.

En utilisant la relation q = C.u, on obtient d'autres expressions de E_C soit :

$$\boxed{E_C = \frac{1}{2C} q^2 = \frac{1}{2} q\, u^2}$$

LE DIPÔLE RC

Le dipôle RC est constitué d'un résistor de résistance R associé en série avec un condensateur de capacité C. On se propose d'étudier la variation de la charge q du condensateur en fonction du temps ; lorsque la tension aux bornes du dipôle RC passe brusquement de zéro à une valeur constante E. L'évolution brusque de la tension constitue l'échelon de tension.

1 RÉPONSE D'UN DIPÔLE RC À UN ÉCHELON DE TENSION

1.1- ÉTUDE EXPÉRIMENTALE

Manipulation

On réalise le montage de la figure 12 avec un condensateur de capacité C, un résistor de résistance R et un générateur de tension continue montés tous en série. Les deux entrées Y_1 et Y_2 d'un oscilloscope numérique à mémoire sont branchées comme c'est indiqué sur la figure 13.

En mettant le commutateur dans la position 1, l'oscilloscope enregistre les oscillogrammes de la figure 14 traduisant les variations de la tension u délivrée par le générateur et la tension u_C aux bornes du condensateur.

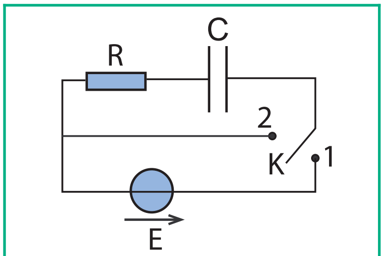


Fig.12 : Montage de réponse d'un dipôle RC à un échelon de tension

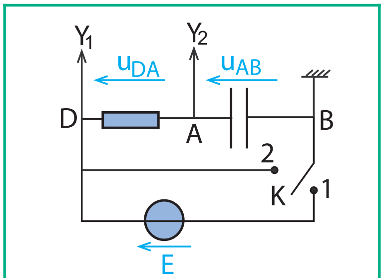


Fig.13 : Montage de visualisation de la réponse d'un dipôle RC

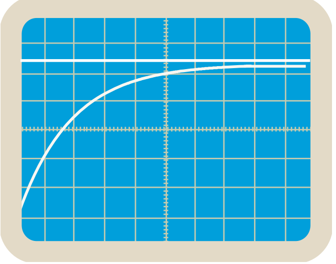


Fig.14 : Evolution de la réponse en tension au cours du temps

Questions

1°) Identifier la courbe obtenue sur la voie Y_1 de l'oscilloscope et celle obtenue sur la voie Y_2.

2°) La charge du condensateur est-elle instantanée ?

Interprétation

Avant la fermeture du circuit la tension aux bornes du condensateur est nulle. Lorsque le commutateur K est fermé dans la position 1, le générateur fournit la tension constante E au dipôle RC ; donc $u_{DB} = E$.

La tension u_{AB} aux bornes du condensateur croît progressivement jusqu'à devenir égale à E. Comme $q = Cu_{AB}$, la charge du condensateur évolue de manière similaire à u_{AB}.

Conclusion

La réponse d'un dipôle RC à un échelon de tension est la charge du condensateur. N'étant pas instantanée, celle-ci constitue un phénomène transitoire.

1.2- ÉTUDE THÉORIQUE

Mise en équation

En régime transitoire et pendant que le condensateur se charge, le circuit de la figure 12 est équivalent à celui de la figure 15. Appliquons la loi des mailles à ce circuit :

$u_{DA} + u_{AB} - E = 0$, soit : $Ri + u_C - E = 0$.

Or, $i = \frac{dq}{dt} = C\frac{du_C}{dt}$, d'où : $u_C + RC\frac{du_C}{dt} = E$ (1)

ou bien : $\frac{du_C}{dt} + \frac{1}{\tau}u_C = \frac{E}{\tau}$ avec $\tau = RC$, (1)'

équation différentielle en u_C avec second membre non nul.

Avec $u_C = \frac{q}{C}$ et $i = \frac{dq}{dt}$, la même équation différentielle s'écrit :

$\frac{dq}{dt} + \frac{1}{\tau}q = \frac{E}{R}$ (2) ou $i + \frac{1}{\tau}\int i\,dt = \frac{E}{R}$ (3).

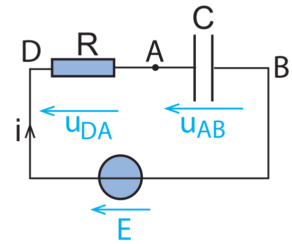


Fig.15 : Montage de la figure 12 utilisé comme circuit de charge

Expression de $u_C(t)$

La solution de l'équation différentielle (1)' est de la forme :

$u_C(t) = Ae^{-\alpha t} + B$ où A, B et α sont des constantes à déterminer

A t = 0, $u_C(t = 0) = A + B = 0$, d'où B = - A.

Il vient : $u_C(t) = A(e^{-\alpha t} - 1)$.

La dérivée de $u_C(t)$ par rapport au temps s'écrit: $\frac{du_C}{dt} = -\alpha Ae^{-\alpha t}$.

En remplaçant $\frac{du_C}{dt}$ par son expression dans l'équation (1),

on trouve : $A(e^{-\alpha t} - 1) - \alpha\tau Ae^{-\alpha t} = E$;

ce qui donne : $-A + (1 - \alpha\tau)Ae^{-\alpha t} = E$.

En égalisant membre à membre cette équation qui doit être satisfaite pour toute valeur de t, on obtient :

$A = -E$ et $1 - \alpha\tau = 0$ d'où $\alpha = \frac{1}{\tau}$.

Ainsi, avec $A = -E$ et $\alpha = \frac{1}{\tau}$, la tension aux bornes du condensateur s'écrit : $u_C(t) = E(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$

La courbe représentative de la fonction $u_C(t)$ est celle de la figure 16.

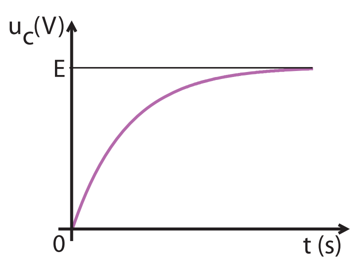


Fig.16 : Chronogramme théorique de u_C au cours de la charge

Remarque

En l'absence d'oscilloscope à mémoire ou d'un système informatique d'aqcuisition de données, on peut utiliser dans le montage de la figure 12 un générateur basse fréquence à la place du générateur de tension continue.

Expression de q(t)

L'expression de la charge q du condensateur est $q(t) = C.u_c(t)$,

d'où : $q(t) = Q_0(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$ avec $Q_o = CE$.

La courbe d'évolution de la charge q(t) présente une allure analogue à celle de $u_C(t)$ (Fig.17). Lorsque t tend vers l'infini $u_C(t)$ tend vers E et q vers Q_o, le condensateur porte sa charge maximale.

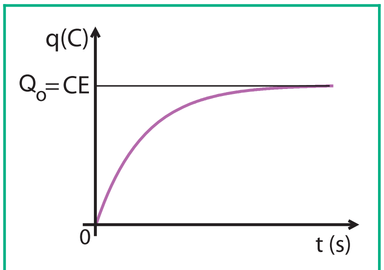


Fig.17 : Chronogramme théorique de q au cours de la charge

Expression de i(t)

On a $i = \frac{dq}{dt}$. En remplaçant q par son expression,

on trouve $i(t) = \frac{Q_o}{\tau} e^{-\frac{t}{\tau}}$ ou encore :

$$i(t) = I_o e^{-\frac{t}{\tau}} \text{ avec } I_o = \frac{E}{R}$$

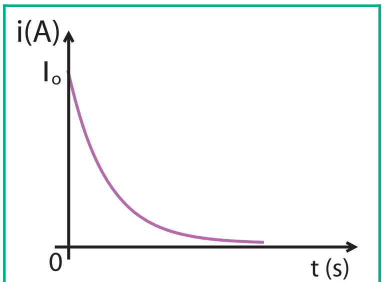


Fig.18 : Chronogramme théorique de i au cours de la charge

La courbe de la figure 18 représente la variation de l'intensité i(t) du courant, dans le circuit, au cours du temps. L'intensité i du courant est alors positive au cours de la charge du condensateur, résultat attendu du fait que le sens positif du courant est orienté vers l'armature située dans le circuit de côté du pôle positif du générateur.

On peut visualiser simultanément l'évolution de la tension $u_C(t)$ et l'intensité i(t) lors de la charge en réalisant l'expérience de la figure 19 avec un montage comprenant un générateur de tension à masse flottante (ou branché au secteur via un transformateur d'isolement), de f.e.m. E, un interrupteur K et un dipôle RC associés en série. À l'aide de l'interrupteur K on ferme le circuit. Un oscilloscope à mémoire permet d'enregistrer:

- sur la voie Y_1, la tension $u_{DA} = Ri$ aux bornes du résistor.
- sur la voie Y_2, la tension u_{AB} aux bornes du condensateur au lieu de u_{BA} et ce, en appuyant sur le bouton $\boxed{\text{INV}}$.

On obtient ainsi les oscillogrammes (1) et (2) de la figure 20.

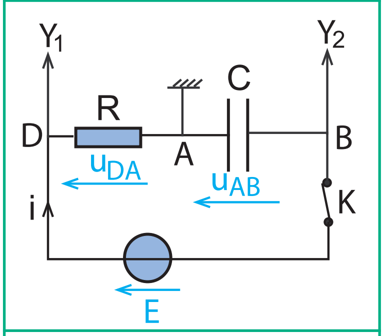


Fig.19 : Branchement pour visualiser simultanément $U_c(t)$ et i(t)

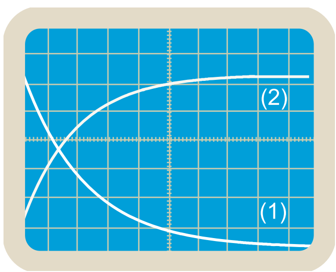


Fig.20 : Chronogrammes de U_c et de u_R

Questions

Dans la figure 20, montrer que l'oscillogramme (1) représente la tension u_{DA} aux bornes du résistor et que l'oscillogramme (2) représente la tension u_{AB} aux bornes du condensateur.

2 DÉCHARGE D'UN CONDENSATEUR DANS UN RÉSISTOR

2.1- ÉTUDE EXPÉRIMENTALE

Manipulation

On reprend le montage de la figure 13. Le condensateur est préalablement chargé et la tension à ses bornes est supposée égale à E, on bascule le commutateur dans la position 2. Le condensateur se trouve directement fermé sur le résistor de résistance R.

Sur la voie Y_2 de l'oscilloscope à mémoire, on enregistre l'oscillogramme de la figure 21 traduisant l'évolution de $u_C(t)$.

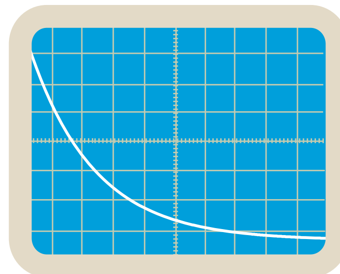


Fig.21 : Chronogramme de u_C au cours de la décharge

Questions

1°) Expliquer l'allure de $u_C(t)$.

2°) La décharge du condensateur est-elle instantanée?

Interprétation

Avant la mise du commutateur K dans la position 2, la tension u_C aux bornes du condensateur était égale à E. Par la suite, u_C décroît du fait que l'énergie emmagasinée par le condensateur, pendant la charge, est progressivement dissipée dans le résistor. La tension u_C décroît jusqu'à s'annuler.

Comme $q = Cu_C$, la charge du condensateur évolue, au cours du temps, de la même manière que u_C. La charge électrique q(t) s'annule lorsque le condensateur est complètement déchargé.

Conclusion

Dans un dipôle RC, un condensateur chargé se décharge progressivement dans le résistor.

2.2- ÉTUDE THÉORIQUE

Mise en équation

Le condensateur étant initialement chargé, à l'instant t = 0, la tension à ses bornes est égale à E. Le circuit est équivalent à celui de la figure 22.

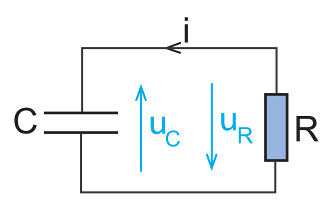


Fig.22 : Montage de la figure 12 utilisé comme circuit de décharge

Avec l'orientation choisie pour le circuit, on peut écrire :

$u_C + u_R = 0$ et $u_R = Ri$ d'où $u_C + Ri = 0$.

Or, $i = \dfrac{dq}{dt}$ et $q = Cu_C$, on aura :

$$u_C + RC\frac{du_C}{dt} = 0 \text{ ou bien } \frac{du_C}{dt} + \frac{1}{\tau}u_C = 0 \quad (4).$$

On obtient une équation différentielle en u_C sans second membre.

On obtient aussi les équations différentielles (5) et (6) respectivement en q et en i :

$$\frac{dq}{dt} + \frac{1}{\tau}q = 0 \quad (5) \quad ; i + \frac{1}{\tau}\int idt = 0 \quad (6).$$

Expression de $u_C(t)$

La solution de l'équation différentielle (4) est de la forme :

$u_C(t) = A\,e^{-\alpha t}$ où les constantes A et α sont déterminées par les conditions initiales : A t = 0, $u_C = E$, d'où A = E.

En remplaçant u_C et $\frac{du_C}{dt}$ par leurs expressions dans (4),

on obtient : $-\alpha A\,e^{-\alpha t} + \frac{1}{\tau}A\,e^{-\alpha t} = 0$, ce qui entraine :

$(-\alpha + \frac{1}{\tau})A\,e^{-\alpha t} = 0\ \forall t$. D'où $-\alpha + \frac{1}{\tau} = 0$, ce qui donne : $\alpha = \frac{1}{\tau}$.

Il vient finalement : $u_C(t) = E\,e^{-\frac{t}{\tau}}$

La courbe représentative de la fonction $u_C(t)$ au cours de la décharge est celle de la figure 23.

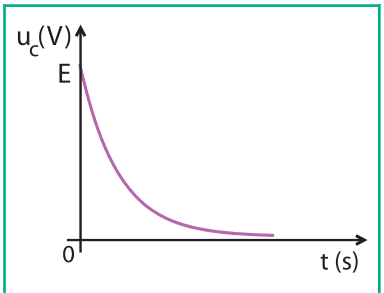


Fig.23 : Chronogramme théorique de u_c au cours de la décharge

Expression de q(t)

L'évolution de la charge q du condensateur au cours du temps est donnée par la relation $q(t) = C\,u_C(t)$. D'où :

$$q(t) = Q_o e^{-\frac{t}{\tau}} \text{ avec } Q_o = CE$$

La courbe q(t) présente une allure analogue à celle de $u_C(t)$ (Fig.24). Lorsque t tend vers l'infini, q tend vers zéro ; le condensateur est déchargé.

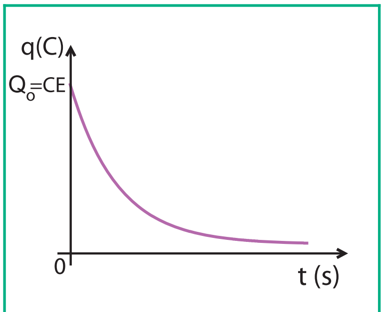


Fig.24 : Chronogramme théorique de q au cours de la décharge

Expression de i(t)

On a : $i = \frac{dq}{dt}$, donc : $i(t) = -\frac{E}{R}\,e^{-\frac{t}{\tau}}$ ou encore :

$i(t) = -I_o e^{-\frac{t}{\tau}}$ avec $I_o = \frac{E}{R}$.

On note bien pour i(t) le signe contraire de celui de l'intensité du courant de charge, c'est à dire que le courant de décharge circule dans le sens contraire de celui de charge (Fig.25).

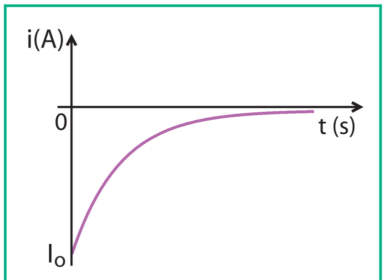


Fig.25 : Chronogramme théorique de i au cours de la décharge

Remarque

On peut visualiser simultanément l'évolution de la tension $u_c(t)$ et l'intensité i(t) lors de la décharge en réalisant l'expérience de la figure 26.

Le montage comprend un générateur☉ de tension de f.e.m. E pour charger au préalable le condensateur, un dipôle RC et un commutateur K.

☉ Pour que l'opération soit possible, le générateur doit être à masse flottante.

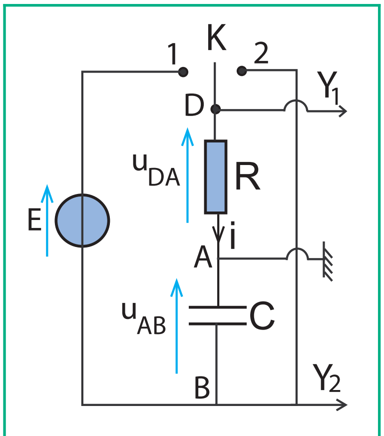


Fig.26 : Branchements pour visualiser simultanément $u_c(t)$ et i(t)

Le condensateur ayant été chargé, on bascule le commutateur K sur la position 2. Un oscilloscope à mémoire permet d'enregistrer :

- sur la voie Y_1, l'oscillogramme (1) de la figure 27 qui représente la tension u_{DA} aux bornes du résistor, positive lors de la charge, est devenue négative.

- sur la voie Y_2, l'oscillogramme (2) de la figure 27 qui représente la tension u_{AB} aux bornes du condensateur qui n'est autre que la tension u_{BA} changée de signe. Cette tension u_{AB}, tout en restant positive, diminue progressivement jusqu'à s'annuler.

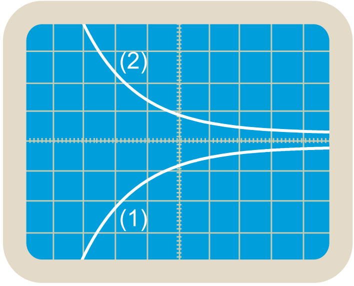


Fig.27 : Chronogramme de u_{AB} et de u_{DA} au cours de la décharge

3 INFLUENCE DES GRANDEURS CARACTÉRISTIQUES D'UN DIPÔLE RC SUR LA DURÉE DE CHARGE OU DE DÉCHARGE D'UN CONDENSATEUR

3.1- INFLUENCE DE LA RÉSISTANCE R

Manipulation

On reprend le montage de la figure 13, mais en reliant le point B à la masse de l'oscilloscope à mémoire, le point A à son entrée Y_1 (Fig.28) afin de visualiser $u_C(t)$ et le point D à son entrée Y_2 afin de visualiser $u_{DB}(t)$.

En chargeant le même condensateur plusieurs fois avec le générateur de f.e.m E = 6 V, mais en l'associant à chaque fois avec un résistor différent des autres, on obtient une série d'oscillogrammes comme celles de la figure 29 visualisés avec C = 1μF et respectivement avec R_1= 5 kΩ, R_2 = 10 kΩ, R_3 =15 kΩ, R_4 = 20 kΩ ; les sensibilités étant réglées horizontalement à 5 ms /div et verticalement à 1 V/div.

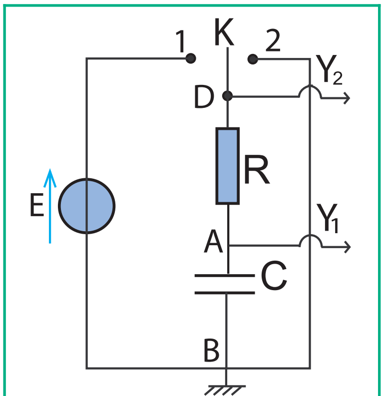


Fig.28 : Branchements pour visualiser à la fois $u_{AB}(t)$ et $u_{DB}(t)$

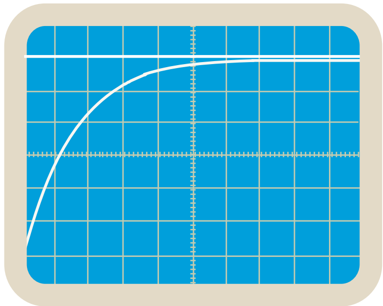


Fig.29a : Oscillogramme obtenu pour R_1 = 5 kΩ

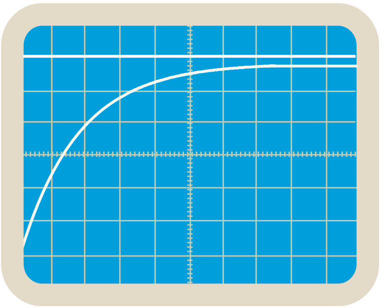


Fig.29b : Oscillogramme obtenu pour R_2 = 10 kΩ

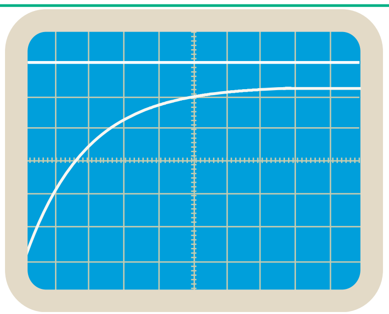


Fig.29c : Oscillogramme obtenu pour R_3 =15 kΩ

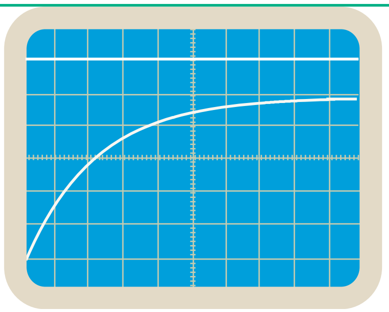


Fig.29d : Oscillogramme obtenu pour R_4 = 20 kΩ

Questions

1°) Dresser un tableau consignant les durées t au bout des quelles la tension $u_C(t)$ a atteint la valeur 4V par exemple.

R (kΩ)	5	10	15	20
t (ms)				

2°) À l'aide des résultats trouvés :

- préciser qualitativement l'influence de la valeur de la résistance sur la durée t de la charge du condensateur.
- montrer que la durée t est proportionnelle à R.

3.2- Influence de la capacité C

On refait la même expérience, mais cette fois avec des condensateurs de capacités différentes associés respectivement avec le même résistor; on obtient alors les oscillogrammes de la figure 30 avec R = 10 kΩ et respectivement avec C_1= 0,5 µF, C_2 = 2 µF, C_3 = 5 µF et C_4 = 10 µF; la sensibilité verticale étant maintenue toujours à la valeur 1V/div.

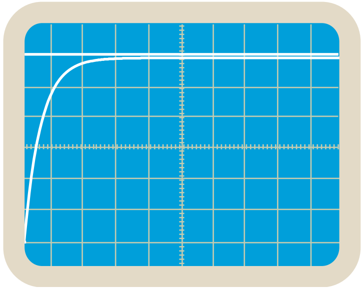


Fig.30a:Oscillogramme obtenu pour C = 0,5 µF avec une sensibilité horizontale de 5ms/div

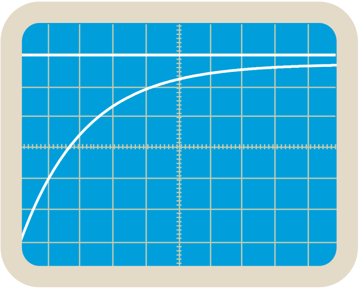


Fig.30b:Oscillogramme obtenu pour C = 2 µF avec une sensibilité horizontale de 5 ms/div

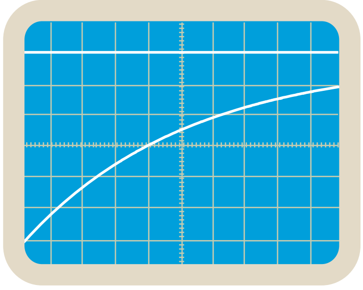


Fig.30c : Oscillogramme obtenu pour C = 5 µF avec une sensibilité horizontale de 50 ms/div

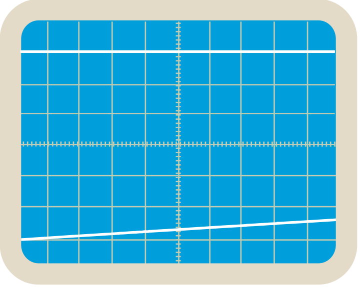


Fig.30d:Oscillogramme obtenu pour C =10 µF avec une sensibilité horizontale de 50 ms/div

Questions

1°) Dresser un tableau consignant les durées t au bout desquelles la tension $u_C(t)$ a atteint la valeur 4V par exemple.

C(µF)	0,5	2	5	10
t (ms)				

2°) À l'aide des résultats trouvés :

- préciser qualitativement l'influence de la valeur de la capacité C du condensateur sur la durée t de sa charge.
- montrer que la durée t est proportionnelle à la capacité C.

Remarque

Les mêmes expériences, faites avec la décharge d'un condensateur, conduisent aux mêmes résultats.

3.3- CONSTANTE DE TEMPS D'UN DIPÔLE RC

Notion de constante de temps

On vient de montrer que toute valeur de la charge q d'un condensateur est atteinte au bout d'une durée t :

- proportionnelle à R lorsque C est gardée constante;
- proportionnelle à C lorsque R est gardée constante.

Donc, la durée de charge ou de décharge est proportionnelle au produit RC, ce qui confère à ce produit la dénomination de constante de temps, notée τ.

On sait que R a la dimension du quotient d'une tension par une intensité de courant et C a la dimension du quotient d'une charge par une tension. Donc, le produit RC a la dimension d'une charge par une intensité, c'est-à-dire un temps, ce qui justifie encore sa dénomination de constante de temps.

τ = RC : constante de temps

Question

Tant au cours de la charge qu'au cours de la décharge, $u_C(t)$ est une fonction exponentielle du temps d'exposant ($-\frac{t}{\tau}$). En déduire que τ = RC ne peut avoir effectivement que la dimension d'un temps.

Définition

La constante de temps τ est une grandeur caractéristique du dipôle RC, elle renseigne sur la rapidité avec laquelle s'établit la tension u_C = E entre les armatures du condensateur. La charge et la décharge du condensateur sont d'autant plus rapides que la constante de temps τ est plus petite.

Détermination de la constante de temps τ

◆ **Par calcul direct**

Connaissant les valeurs de C et de R, on peut calculer directement la valeur de la constante de temps τ = RC.

◆ **Détermination graphique (première méthode)**

Pour déterminer τ, on trace la tangente à la courbe de charge ou de décharge $u_C(t)$ au point d'abscisse t = 0.

Cette tangente a pour équation u_C = a t, a étant son coefficient directeur dont la valeur est donnée par :

$$a = \left(\frac{du_C}{dt}\right)_{t=0} \text{. Or : } \frac{du_C}{dt} = \frac{E}{\tau}e^{-\frac{t}{\tau}}\text{, alors } \left(\frac{du_C}{dt}\right)_{t=0} = \frac{E}{\tau} = a$$

Finalement, l'équation de la tangente s'écrit : $u_C = E\frac{t}{\tau}$.

L'intersection de cette tangente avec la droite u_C = E donne t = τ (fig.31).

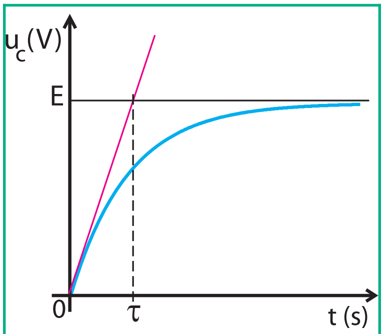


Fig.31 : Détermination de τ à partir de la courbe de charge

Remarque

La même méthode de détermination graphique de τ s'applique à la courbe de décharge. L'intersection de la tangente à la courbe $u_C(t)$ à l'origine avec l'axe des abscisses donne $t = \tau$ (fig.32).

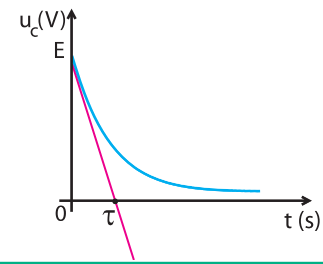


Fig.32 : Détermination de τ à partir de la courbe de décharge

◆ Détermination graphique (deuxième méthode)

Dans le cas de la charge du condensateur, en remplaçant t par τ dans l'expression de $u_C(t)$, on obtient :

$$u_C = E(1-e^{-1}) = 0{,}63\ E.$$

Donc, par lecture graphique de l'abscisse du point de la courbe $u_C(t)$ d'ordonnée 0,63E, on obtient la valeur de τ (Fig.33).
τ correspond donc au temps nécessaire pour charger un condensateur à 63%.

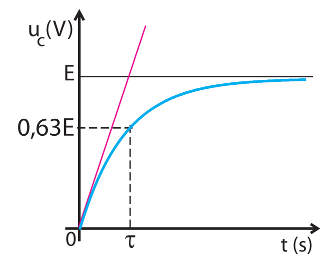


Fig.33 : Détermination de τ par lecture directe sur la courbe de charge

Dans le cas de la décharge, en remplaçant t par τ dans l'expression de $u_C(t)$, on obtient $u_C = E\ e^{-1} = 0{,}37E$.
τ est alors l'abscisse du point de la courbe $u_C(t)$ d'ordonnée 0,37E (Fig.34).

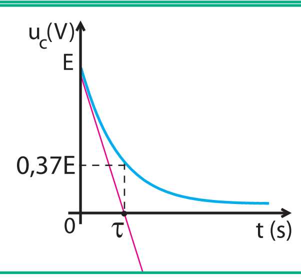


Fig.34 : Détermination de τ par lecture directe sur la courbe de décharge

Remarque

On peut déterminer τ en traçant la tangente à la courbe i(t) au point d'abscisse t = 0.

> Question
> *Montrer que l'intersection de la tangente à la courbe i(t) avec l'axe des abscisses donne t = τ (Fig.35a et Fig.35b)*

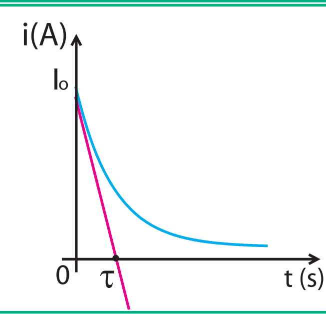


Fig.35a : Méthode de la tangente à l'origine (charge)

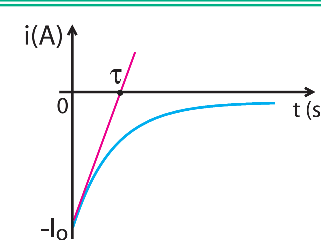


Fig.35b : Méthode de la tangente à l'origine (décharge)

Interêt pratique de la constante de temps τ

La tension u_C aux bornes du condensateur, étant donnée par l'expression $u_C(t) = E\ (1 - e^{-t/\tau})$ pendant la charge et par l'expression $u_C(t) = Ee^{-t/\tau}$ pendant la décharge, atteint respectivement les valeurs $u_C = E$ et $u_C = 0$ au bout des durées t infinies respectivement de charge et de décharge, ce qui n'est pas physiquement pratique.
On admet alors que le condensateur est complètement chargé ou déchargé quand la différence relative entre la valeur atteinte par u_C et la valeur asymptotique E (pour la charge) ou zéro (pour la décharge) ne dépasse pas 1%.

Pour la charge par exemple :

$\frac{E - u_C}{E} \leq 1\%$ ce qui signifie que $E - u_C \leq 0{,}01\ E$ d'où $u_C \geq 0{,}99\ E$.

Or, $u_C = E(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$.

Donc, pour $t_c = t_{charge}$, on a : $0{,}99E = E(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$

d'où $0{,}99 = (1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$, ce qui entraine $e^{-\frac{t}{\tau}} = 0{,}01$,

d'où $\text{Log}\ e^{-\frac{t}{\tau}} = \text{Log}\ 0{,}01$ ou bien $\frac{t_c}{\tau} = 2\text{Log}10 = 4{,}6$, d'où $t_c \simeq 5\ \tau$.

Quand l'étude se veut plus précise, on exige une erreur relative ne dépassant pas 1‰. Avec un calcul semblable au précédent, on aboutit à $t_C = 6{,}9\ \tau \simeq 7\ \tau$ pour avoir $u_C = 0{,}999E$.

Question

Montrer que les mêmes durées $4{,}6\ \tau$ et $6{,}9\ \tau$ sont indispensables pour décharger complètement un condensateur respectivement à 1 % et à 1 ‰ près.

Récapitulation

	Durée t	0	τ	$4{,}6\ \tau$	$6{,}9\ \tau$
Charge	u_C	0	0,63 E	0,99 E	0,999 E
Décharge	u_C	E	0,37 E	0,01 E	0,001 E

L'essentiel

■ Un condensateur est un ensemble de deux plaques conductrices séparées par un isolant. Il se charge lorsqu'on établit entre ses bornes une tension continue et se décharge lorsqu'on le ferme sur un récepteur.

■ En désignant par q la charge portée par l'armature du condensateur vers laquelle est orienté le sens positif du courant, on a :

$$\boxed{i = \frac{dq}{dt}}$$

■ La capacité C est une grandeur mesurable caractérisant la faculté d'un condensateur à stocker une charge q sous une tension u :

$$\boxed{q = C.u}$$

■ La capacité C d'un condensateur plan est proportionnelle à la surface S en regard des armatures et inversement proportionnelle à la distance e qui les sépare :

$$\boxed{C = \varepsilon . \frac{S}{e}}$$

où ε est la permittivité absolue du diélectrique.

■ Sous une tension u, un condensateur de capacité C emmagasine une énergie potentielle électrique :

$$\boxed{E_C = \frac{1}{2} C u^2}$$

■ Toute décharge d'un condensateur s'explique par une restitution d'énergie emmagasinée.

■ Un dipôle RC soumis à un échelon de tension E répond par une évolution de la tension u_C aux bornes du condensateur régie par la loi :

$$\boxed{u_C(t) = E(1 - e^{-t/\tau})}$$

où τ = RC est la constante de temps du dipôle.

■ Quand un dipôle RC chargé est fermé sur lui même, la tension u_C aux bornes du condensateur, initialement égale à E, évolue selon la loi :

$$\boxed{u_C(t) = E\, e^{-t/\tau}}$$

■ La constante de temps τ = RC renseigne sur la rapidité de la charge et de la décharge du condensateur.

Exercices

Exercice résolu

ÉNONCÉ

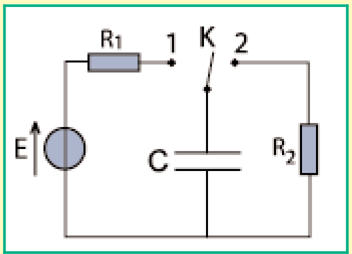


Fig.1

Pour étudier la charge d'un condensateur ou sa décharge dans un résistor, on réalise le montage de la figure 1.
À l'aide d'un ordinateur, d'un capteur et d'une interface de saisie de données, on suit l'évolution temporelle de la tension u_C aux bornes du condensateur.

1°) En plaçant le commutateur dans la position 1, on obtient la courbe $u_C(t)$ de la figure 2.

a- Interpréter l'allure de la courbe $u_C(t)$ de la figure 2.

b- Déterminer graphiquement le temps mis par le condensateur pour se charger. Pour cela on suppose que le condensateur est complètement chargé quand $u_C = E$ à 1% près.

2°) On bascule le commutateur dans la position 2, le condensateur se décharge complètement dans le résistor de résistance $R_2 = 1\ k\Omega$ au bout d'une durée t = 250 ms. La courbe de décharge $u_C(t)$ est représentée sur la figure 3.

a- Interpréter l'allure de la courbe $u_C(t)$ obtenue lors de la décharge du condensateur à travers le résistor de résistance R_2.

b- Déterminer graphiquement la constante de temps τ_2 et en déduire la valeur de la capacité C du condensateur.

3°) Déterminer la valeur de la résistance R_1.

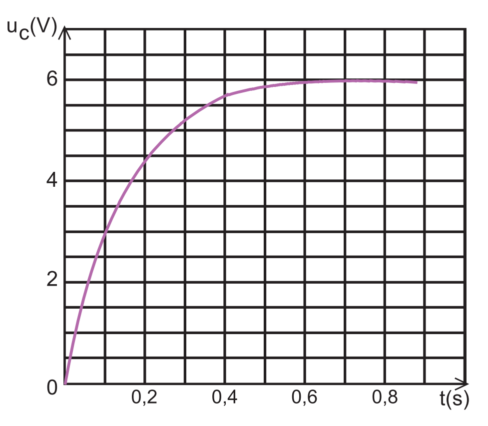


Fig.2

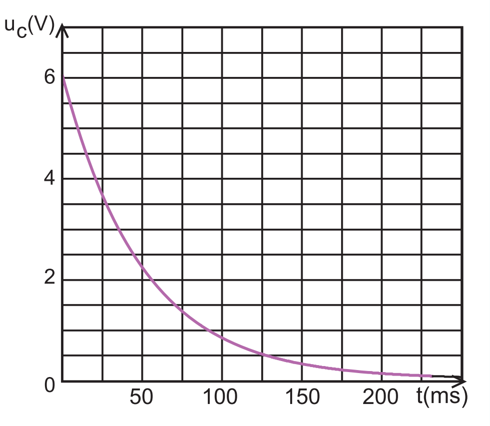
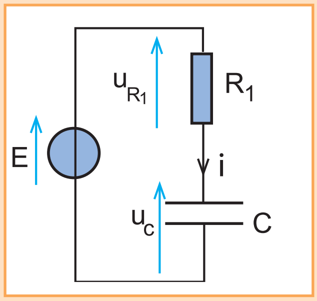


Fig.3

SOLUTION

1°) a) Quand le commutateur K est en position 1, c'est le circuit schématisé ci-contre qui est fermé.



Dans ce cas, la loi des mailles s'écrit : $u_C + u_{R_1} - E = 0$.

Avec $u_{R_1} = R_1 i$, $u_C = \dfrac{q}{C}$ et $i = \dfrac{dq}{dt}$.

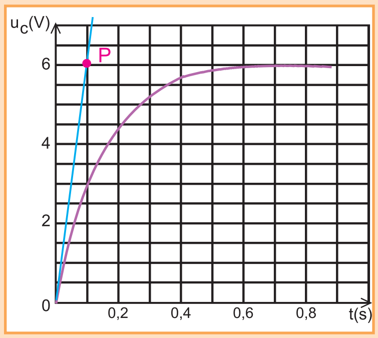
On a : $\tau_1 \dfrac{du_C}{dt} + u_C = E$, où $\tau_1 = R_1 C$.

On sait qu'une telle équation différentielle admet comme solution :

$u_C(t) = E(1 - e^{-t/\tau_1})$. A l'instant t = 0, $e^{-t/\tau_1} = 1$, donc $u_C = 0$.

Quand t tend vers l'infini, u_C augmente exponentiellement pour atteindre la valeur E, ce qui explique l'allure de la courbe de charge

b) Soit θ la durée au bout de laquelle le condensateur est complètement chargé.



A $t = \theta$, $u_C \simeq E$ à 1% près, c'est-à-dire $u_C = 0{,}99\,E$.

Or $u_C(\theta) = E(1 - e^{-\theta/\tau_1})$, on a donc : $0{,}99\,E = E(1 - e^{-\theta/\tau_1})$,

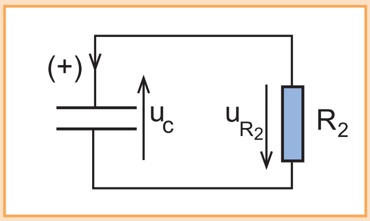
ce qui donne $\dfrac{\theta}{\tau_1} = 2\log 10$, d'où : $\theta = 4{,}6\,\tau_1 \simeq 5\,\tau_1$.

En conséquence, déterminer graphiquement θ revient à déterminer τ_1.

On trace alors la tangente à la courbe de charge (Fig 2) au point d'abscisse t = 0, puis on projette son intersection P avec l'asymptote u = E sur l'axe des temps comme il est indiqué dans la figure ci-contre.

On obtient alors, $\tau_1 = 0{,}1$ s. Donc $\theta = 0{,}5$ s.

2°) a) Quand le commutateur K est en position 2, c'est le circuit schématisé ci-contre qui est fermé. Dans ce cas la loi des mailles s'écrit : $u_C + u_{R_2} = 0$.



Avec le même sens positif du courant, utilisé dans la question 1 - a,

on a : $\dfrac{q}{C} + R_2\, i = 0$ avec $i = \dfrac{dq}{dt}$.

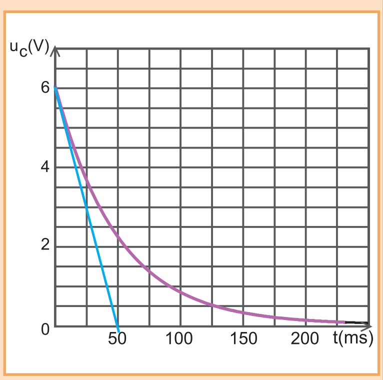
Ce qui donne : $\tau_2 \dfrac{du_C}{dt} + u_C = 0$, où $\tau_2 = R_2 C$.

On sait qu'une telle équation différentielle admet comme solution :

$u_C(t) = E.e^{-t/\tau_2}$. A l'instant t = 0, $e^{-t/\tau_2} = 1$, donc $u_C = E$.

Quand t tend vers l'infini, u_C diminue exponentiellement vers zéro, ce qui explique l'allure de la courbe de décharge.

b) Le traçage de la tangente à la courbe de décharge de la figure 3,



donne : $\tau_2 = 50$ ms. Or, $\tau_2 = R_2 C$, d'où $C = \dfrac{\tau_2}{R_2}$.

Soit, numériquement $C = 50\ \mu F$.

3°) On a $\tau_1 = R_1 C$. d'où $R_1 = \dfrac{\tau_1}{C}$. Soit, numériquement $R_1 = 2\ k\Omega$.

Exercices à résoudre

Tests rapides des acquis

1 Items "vrai ou faux"

Evaluer les propositions suivantes par vrai ou faux.

1°) Un condensateur chargé sous une tension U emmagasine une charge q = CU.
2°) Un condensateur est caractérisé par sa capacité C.
3°) Un condensateur ne restitue jamais la même quantité d'énergie emmagasinée.
4°) L'intensité i du courant est liée à la charge du condensateur par la relation : $i = \frac{dq}{dt}$.

5°) Au cours de la charge d'un condensateur, initialement déchargé, l'intensité i du courant est maximale au début et nulle à la fin.

6°) L'intensité maximale du courant de charge est : $\frac{E}{R}$.
7°) Au début de la décharge, l'intensité du courant est nulle.
8°) Pour déterminer la constante de temps $\tau = RC$, il suffit de tracer la tangente à l'origine de la courbe de décharge $u_C(t)$ au point d'abscisse t = 0 et de relever les coordonnées de son intersection avec l'axe des abscisses.
9°) Un condensateur de charge 2q emmagasine l'énergie : $E_C = \frac{q^2}{2C}$.

2 Questions à Choix Multiples

Préciser pour chacune des questions suivantes, la proposition juste.

■ **I-** Un condensateur chargé pendant 5s avec un générateur de courant d'intensité **I** = 1,2 mA, emmagasine une charge Q égale à :
a- 8.10^{-3} C;
b- 6.10^{-3} C;
c- 5.10^{-3} C.

■ **II-** La charge q portée par chacune des armatures d'un condensateur de capacité C sous une tension u est quadruplée quand :
a- il est chargé sous une tension 2 fois plus grande que u.
b- il est chargé sous une tension 4 fois plus grande que u.
c- il a une capacité 4 fois plus petite que C.

■ **III-** La constante de temps d'un circuit comportant un condensateur de capacité C = 10 μF et un résistor de résistance R vaut 2ms. La valeur de la résistance R est :
a- 20 Ω ;
b- 200 Ω ;
c- 2000 Ω.

■ **IV-** La constante de temps τ d'un dipôle RC, est la durée au bout de laquelle le condensateur est :
a- complètement chargé ;
b- à moitié chargé ;
c- chargé à 63%.

■ **V-** Quand on se propose de ralentir la décharge d'un condensateur de capacité C dans un conducteur ohmique de résistance R réglable, on doit :
a- diminuer R ;
b- augmenter la constante de temps tout en augmentant R ;
c- diminuer la constante de temps tout en diminuant R.

■ **VI-** L'énergie emmagasinée par un condensateur portant une charge q est doublée quand on double :
a- la charge q ;
b- la capacité C ;
c- la tension u à ses bornes.

Exercices d'application

3 Un condensateur plan est formé par deux feuilles en aluminium, de surface en regard $S = 1\ m^2$, séparées par un isolant de permittivité relative $\varepsilon_r = 8$ et d'épaisseur $e = 0{,}1$ mm.

1°) Calculer la capacité C du condensateur.

2°) Le condensateur est chargé sous une tension de 50 V, calculer l'énergie qui y est emmagasinée.

4 On charge un condensateur de capacité $C = 20\ \mu F$, initialement non chargé, avec un générateur de courant d'intensité $I = 1{,}8\ \mu A$.

1°) Déterminer la charge q acquise par le condensateur lorsque le circuit reste fermé pendant 10 secondes.

2°) Déterminer :

a- la tension u_{AB} aux bornes du condensateur à l'instant t = 10 s.

b- L'énergie emmagasinée par le condensateur au bout de t = 10 s.

5 Un condensateur de capacité $C = 3\ \mu F$ se charge à travers un résistor de résistance $R = 80\ k\Omega$ à l'aide d'un générateur de tension continue de f.e.m. E = 12 V.

1°) Déterminer la valeur de la constante de temps τ du dipôle RC.

2°) a) Après une durée de 2 secondes que vaut la tension aux bornes du condensateur ?

b) Déterminer l'intensité du courant circulant dans le circuit du condensateur après une durée égale à 2 secondes.

6 Un générateur de tension de f.e.m. E = 6V est associé en série avec un condensateur de capacité $C = 2\ \mu F$, un résistor de résistance $R = 10\ k\Omega$ et un interrupteur K.

1°) Calculer l'intensité du courant dans le circuit à l'instant où on ferme l'interrupteur K.

2°) Calculer la constante de temps τ du dipôle RC.

3°) Déterminer la durée nécessaire pour que la tension aux bornes du condensateur soit égale à 0,99 E.

4°) Tracer approximativement la courbe $u_C(t)$.

7 L'aquisition de la tension aux bornes d'un condensateur au cours de sa charge, dans un circuit comprenant en série le condensateur, un résistor de résistance $R = 100\ \Omega$, un interrupteur K et un générateur de tension continue de f.e.m. E = 5 V, a donné les valeurs suivantes :

$t(\mu s)$	0	0,5	1	1,5	2	3	4	5
u_C (V)	0	2,2	3,3	4,0	4,3	4,7	4,8	4,9

1°) Proposer un schéma pour le montage qui a servi à dresser ce tableau de mesures.

2°) Tracer le graphe traduisant les variations de u_C au cours du temps.

3°) Déterminer graphiquement la constante de temps τ du dipôle RC.

4°) En déduire la capacité C du condensateur.

8 L'équation différentielle, vérifiée par la charge q dans un circuit fermé constitué d'un générateur de tension de f.e.m E associé en série avec un dipôle RC, est :

$$0{,}12\,\frac{dq}{dt} + q = 12.10^{-5}$$

1°) Calculer la constante de temps τ.

2°) Sachant que E = 12 V, déterminer la valeur de la résistance R.

3°) En déduire la valeur de la capacité C du condensateur.

Exercices de synthèse

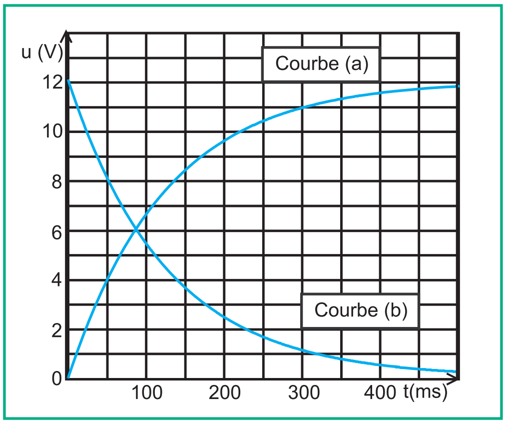
9 On associe en série, un générateur de tension de f.e.m. E avec un résistor de résistance R et un condensateur de capacité $C = 10\ \mu F$.

1°) Faire un schéma du montage et préciser les connexions à faire pour visualiser à l'aide d'un oscilloscope numérique, les tensions $u_C(t)$ et $u_R(t)$ respectivement aux bornes du condensateur et du résistor.

2°) Identifier les oscillogrammes de la figure ci-après.

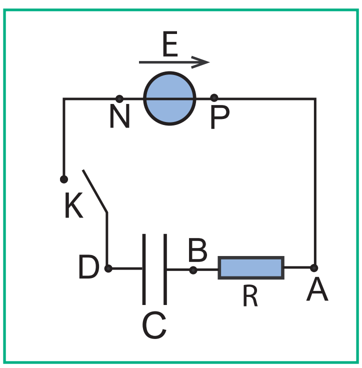
3°) Déterminer à partir des oscillogrammes les valeurs de E et de la constante de temps τ du dipôle RC.

4°) En déduire la valeur de R.



10

On charge un condensateur de capa-cité C = 22 μF selon le montage schématisé ci-dessous. Le générateur est une alimentation stabilisée délivrant une tension E = 6 V ; le conducteur ohmique a une résistan-ce R = 1 kΩ. À l'instant t = 0, le condensateur est déchargé et l'on ferme l'interrupteur K.



1°) En désignant par q la charge portée par l'armature B du condensateur.

Indiquer le sens arbitraire positif choisi pour avoir $i = \dfrac{dq}{dt}$.

2°) En appliquant la loi des mailles, déterminer l'équation différentielle vérifiée par q(t).

3°) Cette équation différentielle admet pour solution: $q(t) = \alpha.(1-e^{-t/\beta})$ où α et β sont deux constantes.

a-Déterminer les expressions littérales de α et de β, puis calculer leurs valeurs numériques.

b-Exprimer l'intensité du courant de charge i(t).

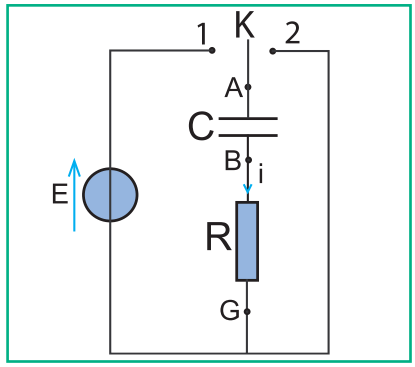
4°)a-Déterminer l'instant $t_{1/2}$ pour lequel $q(t) = \dfrac{1}{2}CE$.

Comparer cet instant à la constante de temps τ.

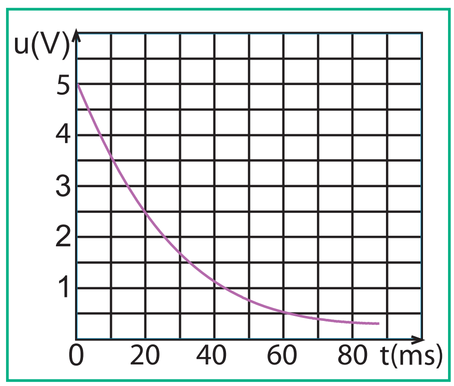
b-A quel instant t a-t-on $q(t) = \dfrac{CE}{4}$?

11

Le montage de la figure ci-après permet d'étudier l'évolution de la tension u_{AB} aux bornes d'un condensateur de capacité C, en série avec un résistor de résistance R.



Une interface, reliée à un ordinateur, permet l'acquisition de la tension u_{AB} au cours du temps. Initialement, l'interrupteur K est en posi-tion 1 depuis longtemps.



1°) À l'instant t = 0, on place l'interrrupteur k en position 2. Quel est l'état du condensateur à cet instant ?

2°) À quoi correspond la courbe ci- dessus ?

3°) Quelle est la manipulation à effectuer sur le circuit pour obtenir cette courbe ?

4°) En respectant l'orientation choisie, préciser le signe de l'intensité i du courant lors de la décharge du condensateur.

5°) Écrire la relation entre :

- l'intensité i du courant et la tension u_{BG},
- la charge q_A du condensateur et la tension u_{AB},
- l'intensité i du courant et la charge q_A,
- les tensions u_{BG} et u_{AB} lors de la décharge.

6°) En appliquant la loi des mailles, montrer que l'équation différentielle vérifiée par la tension u_{AB} est : $\frac{1}{\alpha}\frac{du_{AB}}{dt} + u_{AB} = 0$

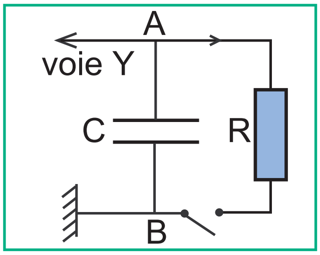
avec α une constante que l'on exprimera en fonction des caractéristiques des différents dipôles du circuit de décharge.

12 Un condensateur de capacité C = 5 μF est initialement chargé sous une tension $u_{AB} = U_O > 0$.

Le condensateur est inséré dans un circuit schématisé ci-contre.

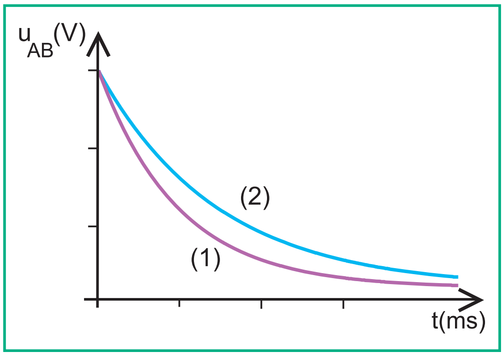
Les réglages d'acquisition de la tension u_{AB} sont les suivants : 2,5ms/div et 2V/div

À l'instant t = 0, on ferme le circuit.



1°) Établir l'équation différentielle vérifiée par la tension u_{AB}.

2°) Avec un résistor de résistance R_1 = 500 Ω, on obtient la courbe 1 représentée sur le graphe ci-dessous :



En effectuant la même opération avec un résistor de résistance R_2, on obtient la courbe 2 du même graphe.

a- Indiquer la valeur de U_O.

b- Déduire, de l'examen des deux courbes, la résistance la plus grande. Proposer une méthode de détermination de R_2 et la calculer numériquement.

3°) a-Calculer l'énergie emmagasinée par le condensateur lors de sa charge.

b-En déduire la valeur de l'énergie E_1 dissipée par effet Joule dans le résistor de résistance R_1 lorsque la décharge du condensateur est terminée.

c-Cette énergie E_1 varie-t-elle si on rempla-ce le résistor de résistance R_1 par celui de résistance R_2 ? Justifier la réponse.

Étude de texte

Le défibrillateur cardiaque

13 Le défibrillateur cardiaque est un appareil permettant d'appliquer un choc électrique sur le thorax d'un patient, dont les fibres musculaires du coeur se contractent de façon désordonnée (fibrillation). Cet appareil produit une impulsion électrique de très haute énergie à travers la poitrine d'un patient afin de relancer les battements de son coeur.

Un tel défibrillateur connu sous le nom de circuit à choc exponentiel tronqué comprend notamment un condensateur de capacité C = 32.10^{-6} F, chargé sous une haute tension U égale à 5kV environ. La libération de l'énergie emmagasinée par le condensateur en une dizaine de milli-secondes par deux électrodes posées sur le thorax du patient entraine un choc électrique.

La résistane électrique du thorax doit être prise en compte. Chez l'adulte, elle est évaluée à 75 ohms en moyenne, valeur mesurée par le difibrillateur grâce à des courants de faible intensité. La connaissance de la valeur de la résistance de la cage thoracique avant le choc permet de choisir le niveau d'énergie du choc électrique adapté au patient, c'est-à-dire l'énergie nécessaire pour relancer les battements avec le moins d'effets d'élètères.

Questions

1°) Préciser l'utilité d'un défibrillateur cardiaque.

2°) Montrer que le défibrillateur et le thorax peuvent être assimilés à un dipôle RC.

3°) Décrire brièvement, le principe de fonctionnement d'un défibrillateur cardiaque.

4°) Trouver une explication à l'expression "circuit à choc exponentiel tronqué" utilisée dans le texte.

Fiche technique

Mesure d'une tension continue aux bornes d'un condensateur

1. Utilisation d'un voltmètre

On sait que le voltmètre est un appareil de mesure de très grande résistance interne R_V. monté dans un circuit, il est équivalent à un conducteur ohmique de résistance égale à sa résistance interne R_V. Lorsqu'on le branche aux bornes d'un condensateur chargé, celui-ci se trouve fermé sur un conducteur ohmique de résistance R_V. Par conséquent, il y a risque de décharge non négligeable du condensateur dans le voltmètre, ce qui fausse la mesure. Effectivement, la perturbation apportée par un voltmètre lorsqu'on mesure la tension aux bornes d'un condensateur est souvent importante et peut même la rendre impossible. La résistance d'un voltmètre numérique est en général voisine de 10 MΩ sur tous les calibres ; celle d'un voltmètre à aiguille est le plus souvent de l'ordre de 20 kΩ par volt, c'est-à-dire qu'utilisé sur le calibre 10 V par exemple, la résistance du voltmètre est 200 kΩ. Le voltmètre, de résistance R_V, connecté aux bornes d'un condensateur de capacité C, le décharge avec la constante de temps R_VC. Pour faire des mesures de tension correctes, il faut que cette décharge soit négligeable. Pour cela, on ne peut pas jouer vraiment sur le temps de mesure dont la possibilité de réduction est limitée. Cependant, on peut jouer sur la valeur de R_VC, et ce en cherchant à ce qu'elle soit suffisamment élevée :

Solution particulière :

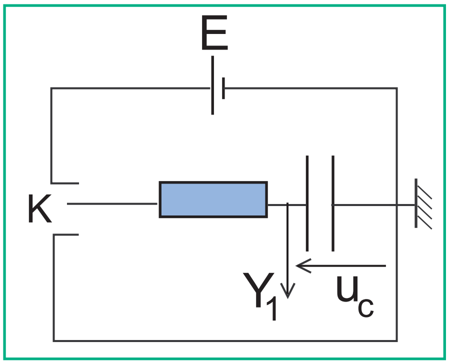
Pour les condensateurs de capacité très grande, le problème est pratiquement résolu par l'utilisation d'un voltmètre numérique.
Exemple : avec C = 5600 µF et R_V = 10 MΩ , la constante de temps vaut 56000s, ce qui rend la perturbation apportée par le voltmètre très faible. La difficulté sera par contre de déterminer avec précision la capacité du condensateur. En effet pour les fortes capacités, les condensateurs sont chimiques et la valeur indiquée par le fabriquant est souvent minorée de 20 à 40% voire plus. Mesurer les capacités de ces condensateurs n'est souvent pas à la portée des capacimètres courants.

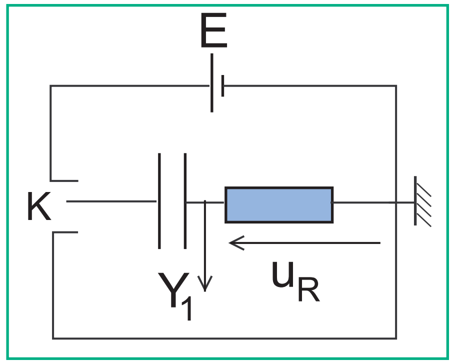
Solution "idéale" :

La meilleure méthode d'amélioration de R_V consiste à interposer entre le condensateur et le voltmètre un montage suiveur de tension. Réalisé avec le circuit intégré TL081, la résistance du dispositif de mesure atteint alors 10^{12} Ω environ. Ainsi, avec même un condensateur de capacité trop petite, la mesure sera valable.
Exemple : avec C = 10 nF, on aura une constante de temps de l'ordre de 10^4 s, ce qui laissera le temps de faire la mesure !

2. Utilisation d'un oscilloscope à mémoire

L'oscilloscope est caractérisé par une grandeur appelée impédance d'entrée de valeur courante (1 MΩ , 50 pF), ce qui signifie que la connexion d'un oscilloscope aux bornes d'un dipôle revient à connecter en parallèle aux bornes de ce dipôle, un conducteur ohmique de résistance 1 MΩ et un condensateur de capacité 50 pF.
Pour faire l'étude de la charge du condensateur à l'aide d'un oscilloscope à mémoire, deux montages sont à priori utilisables :





Supposons R = 20 kΩ et C = 125 nF. Considérons l'entrée de l'oscilloscope comme une résistance R_{osc} égale à 1 MΩ. Les 50 pF sont négligeables devant la capacité du dipôle RC.
Dans la situation schématisée à gauche, on montre que, lorsque le commutateur k est en position 1, la tension aux bornes du condensateur s'écrit :

$$u = \frac{R_{osc}}{R + R_{osc}} E(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}) \text{ avec } \tau = \frac{RR_{osc}}{R + R_{osc}} C$$

Avec les valeurs proposées, u aux bornes du condensateur tend vers E à 2% près et la constante de temps de la charge est inférieure à RC de 2% également ce qui reste acceptable. A la décharge on a la même constante de temps. Mais dès que le commutateur K est ouvert, le condensateur se décharge dans l'oscilloscope avec une constante de temps $R_{osc}C$ égale à 125 ms. Autrement dit, compte tenu du temps de basculement du commutateur K, le condensateur sera déchargé avant que le commutateur n'ait basculé. On n'enregistre pas la décharge du condensateur avec ce montage ! Le seul remède consiste à relier le condensateur à l'oscilloscope à travers un suiveur de tension.
Le montage de droite est utilisable si on veut éviter le suiveur de tension. La tension aux bornes du condensateur s'obtient évidemment en remarquant que $u_C = E - u_R$.
Il reste l'erreur de 2% sur la constante de temps mais le condensateur ne se décharge pas pendant la manœuvre du commutateur.

D'après web.ac-reims.

En savoir plus

La foudre et les paratonnerres

En météorologie, la foudre est cette décharge électrique qui se produit au cours d'un orage, accompagnée d'une vive lumière connue sous le nom d'éclair et d' une vague sonore sous forme de détonations constituant ce qu'on appelle le tonnerre. Effectivement, l'éclair est une manifestation lumineuse, subite et passagère à travers le ciel, d'une décharge électrique qui se produit entre des nuages chargés de pluie, ou bien entre un nuage chargé de pluie et la Terre. Il apparaît sous forme d'une ligne brisée ou d'un arc lumineux, parfois long de plusieurs kilomètres, qui s'étend entre les points de décharge.

On ne sait pas vraiment comment les nuages orageux se chargent, mais la plupart le sont négativement à la base et positivement à leur sommet. La plupart des météorologues pensent que la glace est un facteur nécessaire, car, généralement, un éclair ne se produit que lorsqu'il y a formation de glace dans la couche supérieure des nuages orageux. Des expériences ont montré que, quand des solutions diluées d'eau sont gelées, la glace se charge négativement et l'eau se charge positivement. Si, après le début de la congélation, l'air ascendant sépare les gouttelettes d'eau des particules gelées, les gouttelettes se concentrent dans la partie supérieure du nuage et les particules plus grosses de glace tombent à la base. Par ailleurs, des expériences ont également montré que les grosses gouttes d'eau qui tombent rapidement se chargent négativement, alors que les petites gouttes qui tombent lentement se chargent positivement. La polarisation d'un nuage orageux peut donc être due à la différence de vitesse à laquelle tombent les grandes et les petites gouttes de pluie. De quelque façon qu'elle se forme, la charge négative à la base du nuage induit une charge positive sous elle, sur la Terre, qui agit comme la seconde plaque d'un énorme condensateur. Quand le potentiel électrique entre deux nuages ou entre un nuage et la Terre atteint une valeur suffisamment élevée (environ 10 000 V par cm), l'air s'ionise le long d'un passage étroit, et un éclair se forme. De nombreux météorologues croient que c'est de cette façon qu'une décharge négative est transportée vers le sol, et que la charge négative totale de la Terre est maintenue.

La foudre est très dangereuse ; elle est plus dangereuse même que les tornades et les ouragans. Elle tue chaque année, de nombreuses personnes et provoque notamment de nombreux feux de forêts. Il convient alors de prendre quelques précautions lorsque l'on se trouve sous un orage, pour pouvoir s'abriter. Il faut éviter de rester sous un arbre isolé.
À cause de leur hauteur, les arbres sont susceptibles d'être frappés par la foudre, et sont donc dangereux pendant de violents orages électriques. Le plus sûr pour une personne qui se trouve à l'extérieur pendant un orage est de se mettre à l'intérieur d'une voiture à structure d'acier, ou de rester allongée par terre, à l'extérieur.
Les bâtiments sont protégés grâce à des tiges métalliques placées au-dessus de la partie la plus haute du toit, et reliées au sol, appelées paratonnerres. Ces tiges forment un passage de faible résistance pour la foudre, et donc l'empêche de passer à travers la structure elle-même. Les lignes haute tension et les appareils radio, équipés d'antennes extérieures, sont protégés contre les éclairs grâce à des paratonnerres spéciaux, qui consistent en un petit espace rempli de gaz entre la phase et la masse. Cet espace offre une grande résistance aux tensions ordinaires, mais la foudre, qui a un potentiel de dizaines de millions de volts, ionise le gaz offrant un chemin de faible résistance pour cette décharge.
Toutefois, les éclairs ont des effets positifs. Le sol est enrichi par l'azote qui est libéré de l'atmosphère par les éclairs, et transporté vers le sol par la pluie. Certains scientifiques pensent que les éclairs ont été un élément clé dans l'origine de la vie sur Terre, créant à partir d'éléments simples des composés chimiques complexes qui ont donné naissance à la matière vivante.

D'après Encarta 2006

Objectifs

- Mettre en évidence expérimentalement le phénomène d'induction électromagnétique.
- Appliquer la loi de Lenz.
- Reconnaître les facteurs dont dépend la f.e.m. d'auto-induction.
- Calculer l'énergie emmagasinée dans un solénoïde.
- Établir, pour un dipôle RL soumis à un échelon de tension, l'équation différentielle qui régit les variations de l'intensité i du courant parcourant la bobine en fonction du temps.
- Déterminer graphiquement la constante de temps $\tau = \frac{L}{R}$ à partir de la courbe $u_L(t)$ ou i(t) d'un dipôle RL.

Prérequis

SAVOIR	SAVOIR FAIRE
◆ Définir un champ magnétique. ◆ Définir le vecteur champ magnétique. ◆ Définir un champ magnétique uniforme. ◆ Enumérer les caractéristiques d'un champ magnétique créé par un courant continu circulaire (solénoïde).	◆ Identifier les pôles d'un aimant et les faces d'une bobine. ◆ Mettre en évidence expérimentalement l'existence d'un champ magnétique. ◆ Déterminer les caractéristiques d'un vecteur champ magnétique. ◆ Reconnaître un champ magnétique uniforme à partir de la forme de son spectre.