

ONDES MECANIQUES PROGRESSIVES

7



Les vagues constituent un exemple de propagation d'ondes dans un milieu élastique.

- ◆ D'où provient l'énergie des vagues ?
- ◆ Le déferlement des vagues correspond-il à un déplacement de matière ou d'énergie ?
- ◆ Nos oreilles perçoivent des sons. Qu'est-ce qui fait qu'ils nous parviennent et pourquoi les sons émis et ceux qu'on perçoit sont les mêmes ?

ONDES MECANIKES PROGRESSIVES

En jetant un caillou dans une nappe d'eau calme, on provoque une déformation de courte durée à la surface d'impact. Cette déformation donne naissance à des rides qui s'élargissent progressivement, tandis que la surface d'impact reprend sa forme initiale.

Comment peut-on expliquer l'élargissement progressif de ces rides circulaires qui prennent naissance à la surface de l'eau suite au lancement du caillou ?

1 PROPAGATION D'UN EBRANLEMENT

La déformation de courte durée, imposée par le caillou à une nappe d'eau calme est un ébranlement. Etant un milieu élastique, la nappe d'eau joue le rôle de milieu de propagation de l'ébranlement.

On appelle milieu élastique, tout milieu qui reprend de lui-même sa forme initiale après avoir subi une déformation brève.

1.1- PROPAGATION D'UN EBRANLEMENT DANS UN MILIEU UNIDIMENTIONNEL

Manipulation

◆ Expérience 1

On considère une longue corde élastique tendue horizontalement sur le sol.

On imprime à l'extrémité O de la corde un mouvement de va-et-vient rapide.

On observe la portion de corde voisine de O qui se déforme pour reprendre par la suite sa forme initiale pendant que la déformation touche la portion suivante de la corde. De proche en proche, la déformation (ou l'ébranlement) touche tous les points de la corde comme le montre la figure 1.

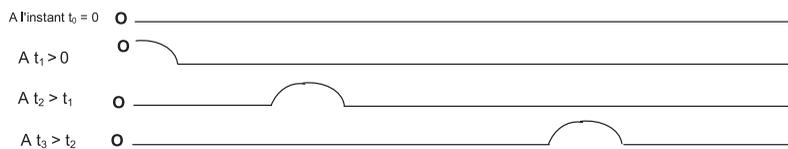


Fig.1 : Chaque point de la corde se soulève verticalement

◆ Expérience 2

On comprime les premières spires non jointives d'un ressort tendu horizontalement et on les lâche brusquement. On constate que les spires comprimées reprennent leurs positions d'équilibre, tandis que les spires voisines se rapprochent à leur tour. De proche en proche, toutes les spires subissent la déformation (ou l'ébranlement), comme le montre la figure 2.

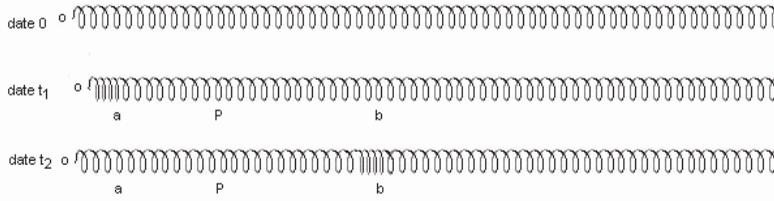


Fig.2 : Chaque spire du ressort se déplace horizontalement ; il en est de même pour l'ébranlement

Questions

1°) Comparer la direction du déplacement de l'ébranlement dans l'expérience 1 à celle du déplacement des différents points matériels de la corde.

2°) Dans l'expérience 2, comparer la direction du déplacement de l'ébranlement (ou déformation) à celle du déplacement des spires.

Interprétation

L'ébranlement imposé à l'extrémité O se déplace de proche en proche aux autres points de la corde. Chaque point de la corde atteint par l'ébranlement reproduit le mouvement de l'extrémité O avec un certain retard.

La direction d'évolution de l'ébranlement sur la corde est perpendiculaire à la direction de déplacement des points matériels de cette corde : l'ébranlement est ainsi dit **transversal**.

En comprimant les premières spires du ressort parallèlement à son axe et en les lâchant, on crée ainsi une déformation locale du ressort. Cette déformation (ou ébranlement) va se déplacer de proche en proche aux autres spires du ressort qui sont au repos.

Au passage de l'ébranlement par une zone, chaque spire de celle-ci prend une elongation y par rapport à sa position d'équilibre semblable à celle du point O et suivant une direction confondue avec celle de l'axe du ressort. Un tel ébranlement est dit longitudinal.

1.2- PROPAGATION D'UN EBRANLEMENT DANS UN MILIEU BIDIMENTIONNEL

Manipulation

On laisse tomber une goutte d'eau sur la surface libre d'une cuve à ondes contenant de l'eau au repos. La déformation donne naissance à une ride circulaire qui se propage telle quelle à partir du point d'impact de la goutte vers l'extérieur comme dans la figure 3.

En mettant un petit morceau de liège en un point M de la surface de l'eau, au passage de l'ébranlement par le point M, le morceau de liège fait un petit déplacement vertical sur place, sans s'éloigner de sa position initiale.

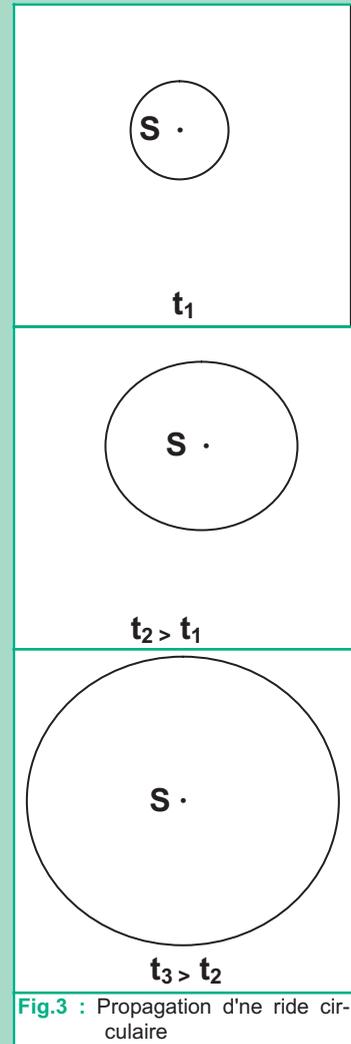


Fig.3 : Propagation d'une ride circulaire

Questions

- 1°) Cet ébranlement qui se propage à la surface de l'eau est-il transversal ou longitudinal ?
- 2°) Telle quelle, sa propagation se fait dans combien de directions ?
- 3°) Au cours de la propagation de l'ébranlement, y a-t-il déplacement d'une quantité d'eau à partir du point d'impact S ?

Interprétation

La chute d'une goutte d'eau dans une cuve à ondes donne naissance à une ride circulaire qui se propage à partir du point d'impact S de la surface de l'eau vers l'extérieur. Ainsi, la déformation locale (ou l'ébranlement) se propage dans toutes les directions de la surface de l'eau. Un point quelconque de la surface de l'eau peut être repéré par deux coordonnées x et y dans le plan. Il s'agit donc d'un ébranlement à deux dimensions. La forme circulaire de la ride montre que tous les points de celle-ci sont atteints par l'ébranlement issu de la source S au même instant. Le déplacement vertical du morceau de liège sur place lors du passage de l'ébranlement à son niveau montre que la propagation de ce dernier se fait avec une transmission d'énergie, sans déplacement de matière. C'est pour cette raison qu'il est impropre de parler de déplacement d'un ébranlement.

1.3- PROPAGATION D'UN EBRANLEMENT DANS UN MILIEU TRIDIMENSIONNEL

Exemples

- ◆ Un acteur situé sur la scène d'un théâtre chante une note. Les auditeurs ayant pris place au balcon, à l'avant de la scène, ou encore dans les coulisses, entendent cette note grâce à sa propagation dans toutes les directions.
- ◆ Lorsqu'on crée du vide sous une cloche où est placé un petit poste radio, le son émanant de celui-ci devient inaudible.

Questions

- 1°) L'ébranlement sonore est-il transversal ou longitudinal ? Justifier la réponse.
- 2°) Le son se propage-t-il dans le vide ? Justifier la réponse.

Interprétation

Les vibrations longitudinales des molécules de gaz (l'air par exemple) permettent la transmission du son depuis la source sonore jusqu'au tympan de l'oreille de l'auditeur. Dans le vide, le son ne peut pas se propager.

Conclusion

Un ébranlement est une déformation de courte durée imposée localement à un milieu élastique.

Le milieu de propagation d'un ébranlement peut être unidimensionnel (corde élastique, ressort), bidimensionnel (surface d'un liquide) ou tridimensionnel (l'air ou tout autre fluide).

Selon sa direction de propagation et celle du déplacement des points matériels du milieu de propagation, un ébranlement peut être transversal ou longitudinal.

La propagation d'un ébranlement est due à une transmission d'énergie d'un point du milieu de propagation vers d'autres.

1.4- CELERITÉ D'UN EBRANLEMENT

La propagation d'un ébranlement se fait avec une vitesse v appelée vitesse de propagation ou célérité de l'ébranlement. Du fait que cette propagation ne correspond pas à un déplacement de matière mais plutôt à un transport d'énergie, la célérité v correspond à une vitesse de propagation de l'énergie.

Pour mesurer la célérité v d'un ébranlement, on utilise par exemple l'échelle de perroquet, dispositif constitué essentiellement d'un fil de torsion (fixé à deux supports), auquel sont accrochés des barreaux. Sur ces barreaux, peuvent coulisser des masselottes. Ainsi, on peut varier l'inertie du système par la variation des positions des masselottes (Fig.4).

Manipulation

◆ On place les masselottes de l'échelle de perroquet à 2 cm par exemple de l'axe principal de l'échelle. Ensuite, on place un capteur devant chacun de deux barreaux de l'échelle séparés par une distance d . Les deux capteurs sont reliés à un mesureur de vitesse (Fig.5).

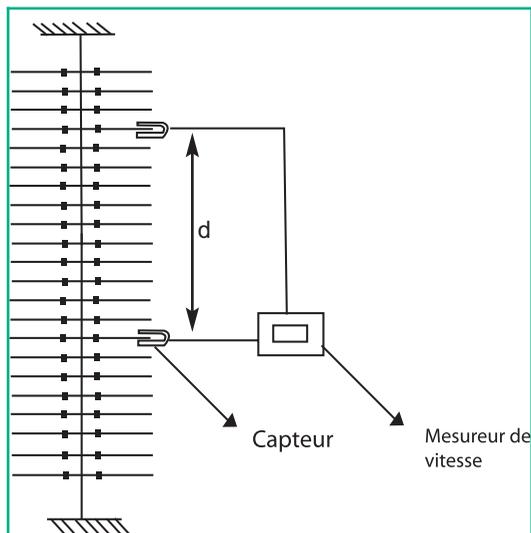


Fig.5 : L'échelle de perroquet et la disposition des capteurs



Fig.4 : Echelle de perroquet

On fait tourner le barreau situé à l'extrémité supérieure de l'échelle dans son plan d'un angle α , puis on l'abandonne à lui-même.

En mesurant la célérité v de l'ébranlement pour différentes valeurs de la distance d , on obtient une série de mesures rassemblées dans le tableau suivant :

d (m)	0,23	0,30	0,40	0,54
v (m.s ⁻¹)	0,48	0,49	0,48	0,49

◆ On refait l'expérience mais en tournant cette fois-ci le même barreau de l'échelle d'un angle α' plus grand que α . On constate que les valeurs du tableau précédent restent pratiquement les mêmes.

◆ On refait de nouveau la même expérience mais en faisant varier cette fois-ci les positions des masselottes tout en les maintenant symétriques les unes des autres par rapport à l'axe de l'échelle, ce qui entraîne une variation de l'inertie du système.

Les résultats des mesures sont consignés dans le tableau suivant :

d (m)	0,23	0,30	0,40	0,54
v (m.s ⁻¹)	0,28	0,29	0,28	0,28

Questions

1°) A l'aide des résultats des expériences précédentes réalisées avec l'échelle de perroquet et de ceux de l'expérience du sous paragraphe 1.2, montrer que les ébranlements se propagent dans ces milieux homogènes avec une célérité constante.

2°) En s'appuyant sur les résultats expérimentaux obtenus avec l'échelle de perroquet, préciser avec justification si la célérité d'un ébranlement dépend de :

- son amplitude ;
- des caractéristiques du milieu de propagation.

Interprétation

La forme circulaire des rides créées à la surface d'une nappe d'eau (expérience du sous paragraphe 1.2) ainsi que l'obtention de la même valeur de célérité au niveau des différents barreaux de l'échelle de perroquet montrent que la propagation d'un ébranlement se fait dans ces milieux homogènes avec une célérité constante. D'autre part, le non changement de la célérité de l'ébranlement même si l'on augmente l'écartement du barreau supérieur de l'échelle de perroquet par rapport à sa position d'équilibre montre son indépendance de l'amplitude. Cependant, la variation de la célérité v avec la modification des positions des masselottes s'explique par sa dépendance de l'inertie de l'échelle de perroquet.

Autres constatations

- On peut montrer aussi que la célérité de l'ébranlement augmente avec la valeur de la tension du fil de torsion portant les barreaux de l'échelle de perroquet.
- On montre que la vitesse de propagation du son dépend de la compressibilité du milieu. Elle est plus grande dans les solides que dans les liquides et les gaz.
- A partir du tableau de valeurs ci-dessous, on peut dégager l'influence de la nature du milieu de propagation sur la célérité d'un ébranlement.

Type d'ébranlement	Célérité (m.s ⁻¹)
Ebranlement à la surface de l'eau	0,3
Ebranlement le long d'une échelle de perroquet	1
Ebranlement le long d'une corde	10
Ebranlement sonore dans l'air à 20°C	342
Ebranlement sonore dans l'eau à 20°C	1500
Ebranlement sonore dans l'acier	5000
Ebranlement sismique	8000

Conclusion

La célérité d'un ébranlement dépend de la nature du milieu matériel dans lequel il se propage et de ses propriétés. Ainsi, le long d'une corde élastique, la célérité d'un ébranlement est d'autant plus grande que la corde est plus tendue. Plus l'inertie d'un milieu de propagation est grande, plus la célérité de l'ébranlement est faible...

Remarque

La propagation d'un ébranlement diffère du déplacement d'un mobile, en voici quelques exemples :

Déplacement d'un mobile	Propagation d'un ébranlement
Il se fait selon une trajectoire bien précise.	Il se fait, à partir d'une source, dans toutes les directions possibles.
Il correspond à un transport de matière.	Il ne correspond pas à un transport de matière mais d'énergie
Le mouvement d'un mobile est ralenti par les frottements avec le milieu matériel.	Dans un milieu matériel, un ébranlement peut être amorti, mais cet amortissement porte davantage sur son amplitude que sur sa célérité .

Un mobile se déplace plus facilement dans le vide que dans un gaz et plus facilement dans un gaz que dans un liquide. Le mouvement dans les solides est impossible,	Un ébranlement mécanique ne se propage pas dans le vide. Il se propage plus vite dans les liquides que dans les gaz et fréquemment plus vite dans les solides que dans les liquides.
Il se fait à une vitesse qui dépend des conditions initiales (vitesse et accélération initiales).	Il se fait avec une célérité qui dépend des propriétés du milieu de propagation.

2 PROPAGATION D'UNE ONDE SINUSOÏDALE ENTRETENUE

Il est très rare de rencontrer dans la nature ou au laboratoire des phénomènes qui résultent d'un seul ébranlement. Les houles de l'océan, les vagues, le son et les tremblements de terre, sont des exemples parmi d'autres grands phénomènes qui résultent d'une émission plus ou moins régulière d'ébranlements identiques dans un milieu élastique, ce sont des ondes.

2.1- GÉNÉRALITÉS SUR L'ONDE ENTRETENUE

Définition

On appelle onde (du latin unda) le phénomène résultant de la propagation d'une succession d'ébranlements dans un milieu donné.

Célérité d'une onde mécanique

Comme dans le cas d'un seul ébranlement, l'onde est caractérisée par une célérité v (ou vitesse de propagation) qui dépend des propriétés du milieu élastique homogène.

Plus précisément, la célérité d'une onde est celle des ébranlements qui la constituent.

Onde transversale et onde longitudinale

Le caractère transversal ou longitudinal d'une onde est fonction de celui des ébranlements correspondants. Les ébranlements transversaux constituent des ondes transversales et les ébranlements longitudinaux constituent des ondes longitudinales.

Ondes progressives

Lorsque le milieu de propagation est ouvert, c'est-à-dire illimité, les ondes progressent en s'éloignant indéfiniment de la source. De telles ondes sont dites progressives.

Du fait qu'au laboratoire, on ne peut disposer que de milieux finis, on limite ces milieux par une matière absorbante (coton, feutre, plaque métallique cintrée ...) afin de pouvoir les assimiler à des milieux ouverts.

2.2- ONDE PROGRESSIVE LE LONG D'UNE CORDE ELASTIQUE TENDUE

Etude expérimentale

Mise en évidence

Manipulation

On tend une corde élastique souple de faible raideur, entre un vibreur et un support fixe. Ainsi, son extrémité O est attachée au vibreur, tandis que l'autre extrémité A est reliée au support fixe à travers une pelote de coton.

Le vibreur est une lame d'acier excitée par un électro-aimant alimenté par une tension alternative sinusoïdale (fig.6).

En mettant le vibreur en marche, la corde paraît sous forme d'une bandelette rectangulaire floue de largeur double de l'amplitude de vibration de l'extrémité O. En essayant de la frôler, on sent partout un picotement au doigt.

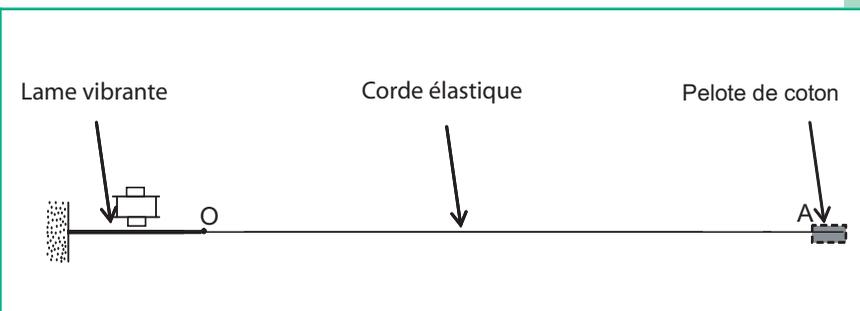


Fig. 6 : Dispositif d'étude de la propagation d'une onde

Questions

- 1°) Expliquer l'apparition de la corde sous forme de bandelette floue.
- 2°) Quel est le rôle de la pelote de coton ?
- 3°) Justifier la qualification de l'onde qui se propage le long de la corde comme étant une onde transversale.

Interprétation

Les vibrations imposées à l'extrémité O de la corde élastique tendue sont transmises telles quelles aux différents autres points de celle-ci.

Mouvement d'un point donné de la corde

Afin de pouvoir étudier le mouvement d'un point donné M de la corde, on utilise la méthode d'analyse optique dont le principe est expliqué dans la fiche technique n.1 de fin de chapitre. Parallèlement à la corde et au niveau du point M, on place un diaphragme unifente sur lequel tombe un faisceau lumineux parallèle. Le faisceau émergent entoure l'ombre portée du point M de la corde. A la suite de la réflexion sur le miroir tournant à vitesse constante, cette ombre prend sur l'écran l'aspect d'une sinusoïde comme le montre la figure 7.

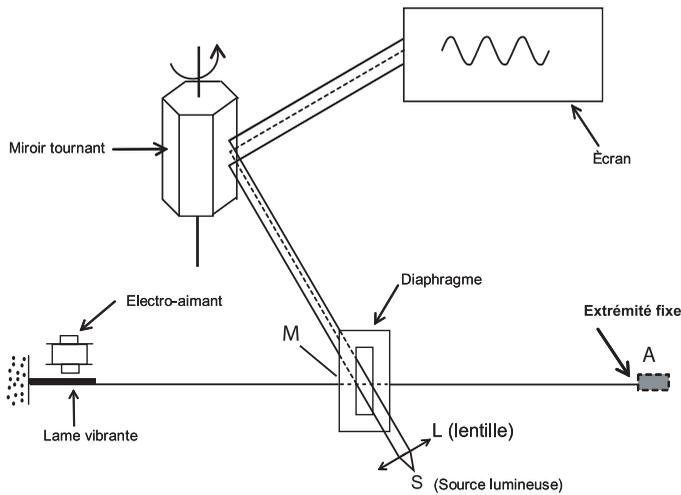


Fig. 7 : Enregistrement du mouvement d'un point de la corde par la méthode d'analyse optique

Questions

- 1°) Que représente la sinusoïde d'ombre observée sur l'écran ?
- 2°) Comparer le mouvement d'un point quelconque de la corde à celui de l'extrémité O attachée au vibreur.

Interprétation

Au cours de la propagation d'une onde transversale sinusoïdale le long d'une corde élastique, chacun de ses points (à part l'extrémité fixe A) reproduit le mouvement de la source O avec la même amplitude et un certain retard.

Conclusion

Les vibrations imposées à l'extrémité d'une corde élastique tendue sont transmises aux différents points de celle-ci. Le phénomène qui en résulte constitue une onde transversale.

Au cours de la propagation d'une onde transversale sinusoïdale le long d'une corde élastique, chacun des points de cette corde (à part l'extrémité fixe A) vibre sinusoïdalement avec la même amplitude que la source (en négligeant l'amortissement).

Aspect instantané de la corde

Manipulation

On éclaire la corde excitée par le vibreur avec un stroboscope électronique de période réglable T_e (voir fiche technique n.2 à la fin du chapitre).

- Avec $T_e = p.T$; $p \in \mathbb{N}^*$, T étant la période du vibreur, la corde paraît immobile sous forme d'une sinusoïde de période égale à une longueur D (Fig.8).

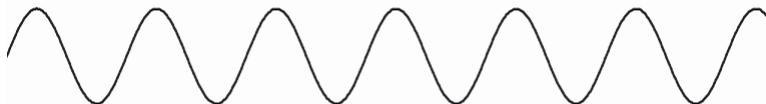


Fig.8 : Sinusoïde immobile pour $T_e = p.T$

- Aux périodes T_e légèrement supérieures à $p.T$, la corde paraît toujours sous forme d'une sinusoïde mais en mouvement apparent lent dans le sens réel de propagation.
- Aux périodes T_e légèrement inférieures à $p.T$, on observe le même mouvement apparent lent de la corde, mais dans le sens contraire du sens réel de propagation.

Questions

Expliquer :

- a) l'immobilité apparente de la corde,
- b) le mouvement apparent de la corde avec T_e légèrement supérieure ou inférieure à $p.T$.

Interprétation

■ Pour $T_e = p.T$:

Si la corde est apparemment immobile, c'est parce que chacun de ses points est toujours éclairé à son passage par la même position et dans le même sens entre deux éclairs successifs. Cela veut dire que pendant la durée T_e , tout point de la corde effectue en réalité p oscillations complètes. Donc, la période d'oscillation des différents points de la corde est égale à la période T du vibreur.

Cette sinusoïde apparemment immobile représente bien l'aspect de la corde à un instant t donné. Elle est caractérisée par une périodicité le long de la direction de propagation, c'est-à-dire une périodicité spatiale.

Tous les points équidistants de $k.D$ ($k \in \mathbb{N}^*$) ont le même état de mouvement.

La distance D représentant la période de la sinusoïde est la période spatiale de l'onde. On l'appelle longueur d'onde du fait qu'elle est égale à la distance parcourue par l'onde pendant une période T et on la note λ .

■ Pour T_e légèrement supérieure à $p.T$:

Entre deux éclairs successifs, tout point de la corde effectue p oscillations complètes et une très petite fraction d'oscillation. Mais apparemment, c'est comme si chaque point accomplit dans le sens réel la très petite fraction d'oscillation engendrant le déplacement MM' (Fig.9a). Ainsi, on a l'impression d'une progression lente de la sinusoïde dans le sens réel de propagation de l'onde. C'est bien ce qui se passe en réalité mais à la vitesse de propagation v , d'où le nom d'onde progressive.

■ Pour T_e légèrement inférieure à $p.T$:

Entre deux éclairs successifs, tout point de la corde effectue un tout petit peu moins que p oscillations complètes (il manque une très petite fraction de la p ème oscillation).

Mais, apparemment c'est comme si chaque point effectue cette très petite fraction d'oscillation MM' dans le sens contraire du sens réel (Fig.9b).

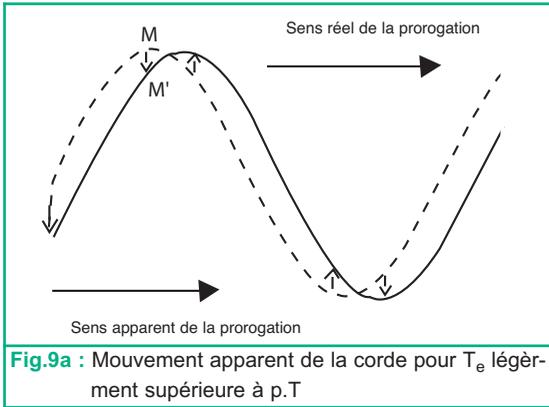


Fig.9a : Mouvement apparent de la corde pour T_e légèrement supérieure à $p.T$

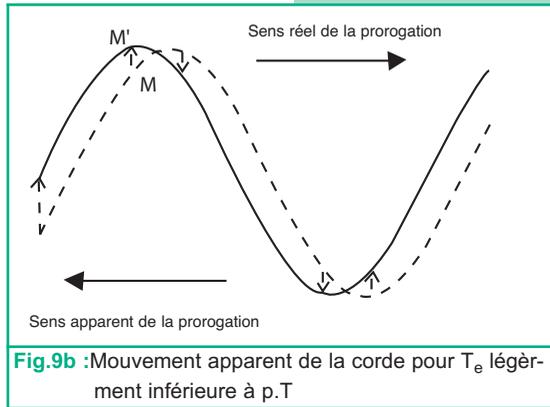


Fig.9b : Mouvement apparent de la corde pour T_e légèrement inférieure à $p.T$

Conclusion

La propagation d'une onde est caractérisée par deux périodicités à la fois :

- une périodicité dans le temps appelée périodicité temporelle. La période T est celle de la source.
- une périodicité dans l'espace, appelée périodicité spatiale. La période spatiale λ , contrairement à la période T , ne dépend pas seulement de la source mais dépend aussi du milieu de propagation. La période spatiale λ est la longueur d'onde, elle représente la distance parcourue par l'onde pendant une durée égale à la période temporelle T .

$$\lambda = v.T, \text{ soit } \lambda = \frac{v}{N}$$

En effet, la période temporelle T de l'onde est la durée au bout de laquelle l'onde se propage d'une longueur λ telle que tous les points du milieu de propagation se retrouvent dans le même état vibratoire, d'où le nom de longueur d'onde.

Etude théorique

Equation horaire du mouvement d'un point de la corde

Soit (O, \vec{i}, \vec{j}) le repère par rapport auquel on fera l'étude. L'origine O est confondue avec l'extrémité de la corde attachée au vibreur du montage de la figure 6.

\vec{i} et \vec{j} sont respectivement les vecteurs directeurs unitaires de l'axe horizontal ayant la direction de la corde et de l'axe vertical servant à mesurer les élongations y des différents points de la corde. Considérons un point M de la corde d'abscisse x sur l'axe (O, \vec{i}) (Fig.10).

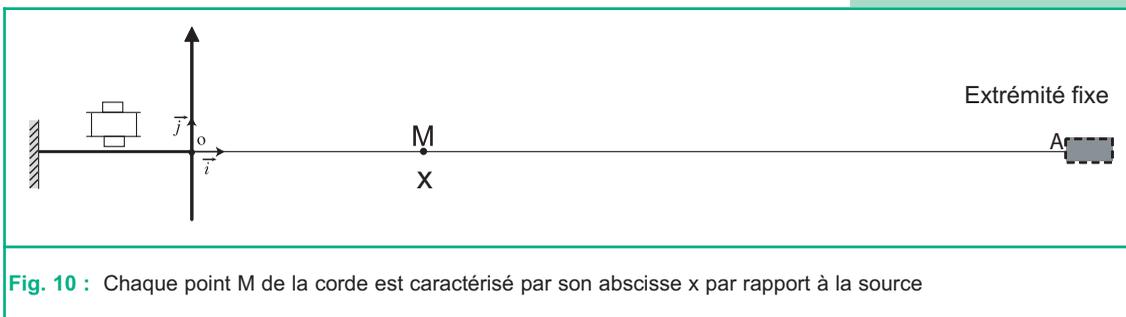


Fig. 10 : Chaque point M de la corde est caractérisé par son abscisse x par rapport à la source

A tout instant t , l'onde qui se propage le long de la corde impose au point M une élongation $y(t)$ égale à l'élongation qu'a eue l'extrémité source S à l'instant $(t - \theta)$, l'amortissement étant supposé nul.

La durée θ désigne le temps mis par l'onde pour se propager de S à M .

$$y_M(t) = y_s(t - \theta) \text{ or } y_s(t) = a \sin(\omega t + \varphi_s)$$

Avec un choix convenable de l'origine des temps, on aura $\varphi_s = 0$.

$$y_s(t) = a \sin(\omega t), \text{ d'où } y_M(t) = a \sin \omega(t - \theta)$$

$$\theta = \frac{x}{v}; \quad v : \text{ célérité de l'onde et } \omega = \frac{2\pi}{T}; \quad T : \text{ période de l'onde}$$

$$\text{Ainsi : } y_M(t) = a \sin \left[2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{vT} \right) \right].$$

$$\text{Or : } \lambda = v.T : \text{ Longueur d'onde, d'où : } y_M(t) = a \sin \left[2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right) \right].$$

Conclusion

Au cours de la propagation d'une onde sinusoïdale entretenue le long d'une corde élastique, tout point M de la corde, d'abscisse x par rapport à la source, vibre sinusoïdalement avec une période T égale à celle de la source S , mais avec une phase initiale dont la valeur est fonction de sa position sur la corde, au repos.

Déphasage par rapport à la source

Si la source commence à vibrer à $t = 0$ en allant dans le sens positif des élongations, on a : $y_s(t) = a \sin(\omega t)$

$$y_M(t) = a \sin \left(\omega t - \frac{2\pi x}{\lambda} \right). \text{ C'est de la forme } y_M(t) = a \sin(\omega t + \varphi_M)$$

$$\text{avec } \varphi_M = - \frac{2\pi x}{\lambda}.$$

Le déphasage entre les élongations $y_M(t)$ et $y_s(t)$, noté $\Delta\varphi$,

$$\text{est } (\varphi_M - \varphi_s); \quad \Delta\varphi = - \frac{2\pi x}{\lambda}.$$

Remarque

Ce résultat reste valable dans le cas général où l'amortissement n'est pas négligeable et où la phase initiale n'est pas nulle.

$$y_s(t) = a_0 \sin(\omega t + \varphi_s)$$

$$y_M(t) = a \sin \left(\omega t + \varphi_s - \frac{2\pi x}{\lambda} \right); \text{ avec } a < a_0.$$

Ainsi, $\Delta\varphi$ est une fonction de l'abscisse x du point M par rapport à la source.

■ Points de la corde vibrant en concordance de phase avec la source

Un point M de la corde vibre en phase avec la source lorsque son élongation $y_M(t)$ est liée à celle de la source par la relation :

$$\frac{y_s(t)}{a_s} = \frac{y_M(t)}{a}, \text{ soit : } \sin(\omega t + \varphi_s) = \sin\left(\omega t - \frac{2\pi x}{\lambda} + \varphi_s\right) \forall t,$$

ce qui donne $\varphi_s = \varphi_M + 2k\pi$; avec $\varphi_M = -\frac{2\pi x}{\lambda} + \varphi_s$ (k : entier),

soit $\Delta\varphi = -2k\pi$, ce qui conduit à : $x = k\lambda$, où k est un entier positif.

Soit ℓ la longueur de la corde au repos. On a : $x < \ell$.

Donc, $k < \frac{\ell}{\lambda}$.

Les points de la corde qui vibrent en phase avec la source sont situés au repos à des distances égales à un nombre entier de longueurs d'onde la source S. Leur nombre est limité par la longueur de la corde.

Questions

Déterminer les abscisses des points de la corde vibrant en opposition de phase avec la source.

■ Points de la corde vibrant en quadrature avance de phase avec la source

Un point M de la corde vibre en quadrature avance de phase la source lorsqu' à tout instant t , son élongation est telle que :

$$y_s(t) = y_M\left(t - \frac{T}{4}\right),$$

soit : $a \sin(\omega t + \varphi_s) = a \sin\left[\omega\left(t - \frac{T}{4}\right) + \varphi_M\right]$, ce qui donne

$\varphi_s = \varphi_M - \frac{\pi}{2} + 2k\pi$, avec k un entier positif.

D'où : $\Delta\varphi = - (4k - 1) \frac{\pi}{2}$, ce qui conduit à : $x = (4k - 1) \frac{\lambda}{4}$, avec k un entier positif.

Les points de la corde qui vibrent en quadrature avance de phase par rapport à la source sont situés au repos à $\frac{\lambda}{4}$ ayant les points qui vibrent en phase avec la source.

Questions

Montrer que les points de la corde vibrant en quadrature retard de phase par rapport à la source sont définis par leur position de repos d'abscisse :

$$x = (4k+1) \frac{\lambda}{4}, \text{ avec } k \in \mathbb{N}.$$

Aspect de la corde à un instant t donné

Pour un point M donné, à tout instant t :

$$y_M(t) = a \sin\left(\omega t - \frac{2\pi x}{\lambda}\right) \text{ dans le cas où } \varphi_s = 0,$$

ce qui entraîne qu'à un instant t donné, on peut écrire :

$$\text{pour tout point } M, y_t(x) = a \sin\left(\frac{2\pi x}{\lambda} - \omega t + \pi\right).$$

Ainsi, pour t donné, $y_t(x)$ est fonction sinusoïdale de x , de période λ et de phase initiale $(-\omega t + \pi)$.

La courbe représentant $y_t(x)$ donne l'aspect de la corde à un instant t considéré (Fig.11). Elle est appelée par certains "sinusoïde des espaces".

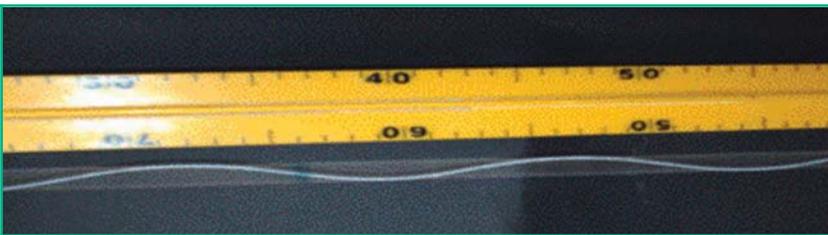


Fig.11 : Aspect de la corde à un instant donné

Remarque

Si les vibrations de la source commencent à $t = 0$ et que l'instant t choisi est de l'ordre de quelques périodes seulement, il se peut qu'à cet instant l'onde n'a pas atteint encore l'autre extrémité de la corde. Il faut alors chercher la position x_f du front d'onde. Pour ce, il suffit de calculer la distance parcourue par l'onde entre l'instant $t = 0$ et l'instant t choisi.

$$x_f = v.t, \text{ ce qui équivaut à : } x_f = n.\lambda, \text{ en posant } n = \frac{t}{T}$$

2.3- ONDE SINUSOÏDALE LE LONG D'UN RESSORT

On dispose d'un ressort à spires non jointives tendu verticalement par la suspension d'un solide à son extrémité inférieure. L'extrémité supérieure S est attachée à un vibreur qui lui impose des vibrations verticales et sinusoïdales de période T . La partie inférieure est plongée dans un récipient rempli d'eau, (Fig.12).

Manipulation

On met le vibreur en marche et on observe le ressort d'abord en lumière ordinaire puis en lumière stroboscopique.

- ◆ En lumière ordinaire, le ressort nous paraît flou.
- ◆ En éclairant le ressort à l'aide d'un stroboscope de période réglable T_e , on constate que :

- pour $T_e = T$, le ressort paraît immobile sous forme d'une succession de zones alternativement comprimées et dilatées.
- pour T_e légèrement supérieure à T , les zones comprimées et dilatées paraissent progresser lentement le long du ressort de S vers A .

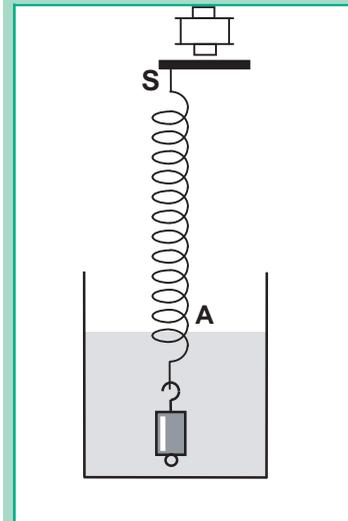


Fig. 12 : Dispositif d'étude d'une onde progressive le long d'un ressort

Questions

- 1°) Quel est le but d'immersion de l'extrémité inférieure du ressort dans l'eau ?
- 2°) Comment apparaissent les spires en lumière ordinaire ?
- 3°) Qu'observe-t-on en éclairage stroboscopique :
 - a) quand la période $T_e = kT$, T_e étant la période des éclairs, T la période du vibreur et k un entier positif ?
 - b) quand la période T_e est légèrement inférieure ou légèrement supérieure à kT ?
- 4°) Quelle est la nature de l'onde qui se propage le long du ressort ?
- 5°) Les spires, restent-elles équidistantes lorsqu'elles sont en mouvement ?

Interprétation

En lumière ordinaire, le ressort paraît flou. Donc, toutes les spires sont en train de vibrer. En effet, les excitations périodiques de l'extrémité source **S** sont transmises à toutes les spires du ressort élastique de proche en proche jusqu'à l'extrémité inférieure **A**.

En éclairage stroboscopique et pour $T_e = kT$, entre deux éclairs successifs, tout point du ressort effectue en réalité k oscillations complètes. Ainsi, chaque spire est éclairée toujours dans la même position. Le ressort paraît immobile sous forme d'une succession de zones alternativement comprimées et dilatées. La non équidistance des spires montre que celles-ci n'ont pas la même élongation à un instant t donné.

De la même manière que pour le cas d'une corde élastique, on explique le mouvement apparent lent des spires dans un sens ou dans l'autre. Du fait que les spires du ressort oscillent de part et d'autre de leur position de repos dans la direction de propagation de l'onde, celle-ci est qualifiée d'onde longitudinale.

On peut établir l'expression de l'élongation d'une spire à un instant t donné de la même manière que pour la corde :

Si $y_s(t) = a \sin(\omega t)$, on montre qu'en absence de tout amortissement : $y_M(t) = a \sin\left(\omega t - \frac{2\pi x}{\lambda}\right)$.

2.4- ONDE SINUSOÏDALE A LA SURFACE DE L'EAU

Manipulation

On dispose d'un vibreur muni d'une fourche à pointe unique et d'une cuve à ondes. Au repos, la pointe verticale affleure la surface libre de la nappe d'eau de la cuve en un point S. En mettant le vibreur en marche, la pointe impose au point S des vibrations verticales sinusoïdales de fréquence N .

En éclairant la surface de l'eau à l'aide d'un stroboscope de fréquence réglable N_e , on constate que :

- Pour une fréquence $N_e = N$, la surface de l'eau paraît immobile avec des crêtes circulaires concentriques, alternées par des creux de même forme. Il s'agit donc de rides circulaires centrées au point S. Sur l'écran en verre dépoli de la cuve à ondes, on observe une succession de cercles concentriques immobiles alternativement brillants et sombres.

Les cercles brillants et sombres sont les images des crêtes et des creux (Fig.13).

- En diminuant légèrement la fréquence N_e des éclairs, les rides paraissent progresser lentement à la surface de l'eau, sans se déformer, en s'éloignant de la source. Les rides circulaires se propageant à la surface d'un liquide constituent donc un autre exemple d'ondes progressives.

Questions

1°) La célérité de l'onde qui progresse à la surface de l'eau à partir du point source S, est-elle la même dans toutes les directions ? Justifier la réponse.

2°) Montrer qualitativement que, même en supposant le frottement nul, plus un point M de la surface de la nappe d'eau est loin de la source, plus son amplitude de vibration est inférieure à celle de la source S.



Fig. 13 : Rides circulaires à la surface de l'eau pour $N_e = N$

Etude théorique

Le mouvement vibratoire de la pointe de la fourche, imposé au point S de la surface libre de l'eau donne naissance à une onde circulaire qui se propage à partir de S dans toutes les directions de la surface de l'eau, sous forme de rides superficielles, circulaires et transversales.

Ainsi, tous les points de la surface d'eau situés à la même distance r du point S et qui constituent un cercle de centre S et de rayon r , ont à tout instant le même état de mouvement. Ils vibrent toujours en phase et avec la même amplitude. Suivant une direction passant par le centre S, les cercles concentriques, lieux des points vibrant en phase, sont équidistants de la longueur d'onde λ (Fig.14).

En éclairage stroboscopique et pour une fréquence $N_e = N$, on observe l'immobilité apparente des rides. Ces rides circulaires sont régulièrement espacées de λ .

Remarque

- L'amplitude des ondes qui progressent à la surface de l'eau décroît en s'éloignant de la source même si l'amortissement est supposé nul. Cette décroissance est due au fait que l'énergie mécanique cédée à l'onde par la source de vibrations se répartit de proche en proche sur une quantité de liquide de plus en plus grande quand elle progresse à la surface de l'eau. C'est le phénomène de dilution d'énergie.

- Si au lieu de la pointe, on utilise une réglette verticale dont le bord inférieur affleure au repos la surface libre de la nappe d'eau de la cuve à ondes, il se formera des rides rectilignes parallèles à la réglette. Ces rides se propagent perpendiculairement à la réglette. La distance séparant deux rides consécutives est égale à la longueur d'onde λ (Fig.15).

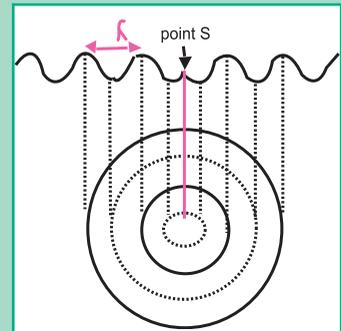


Fig. 14 : Onde circulaire qui se propage à partir de S

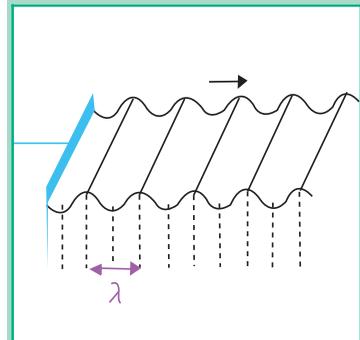


Fig. 15 : Propagation de rides rectilignes

2.5- LE SON, EXEMPLE D'ONDE PROGRESSIVE A TROIS DIMENSIONS

Manipulation

A proximité d'un haut-parleur alimenté par un GBF, on place un microphone (M) très sensible. On relie les bornes du haut-parleur et du microphone respectivement aux voies Y_1 et Y_2 d'un oscilloscope bicourbe (Fig.16a). En utilisant la voie Y_1 seule, on obtient l'oscillogramme (C_1) traduisant les vibrations sinusoïdales de la membrane du haut-parleur avec la fréquence N imposée par le GBF. En utilisant simultanément les voies Y_1 et Y_2 , on observe sur l'écran de l'oscilloscope, en plus de la première sinusoïde (C_1), une deuxième sinusoïde (C_2) de même fréquence N traduisant les vibrations de la membrane du microphone (Fig.16b). Ces vibrations résultent forcément du son émis par le haut-parleur. En approchant ou en éloignant le microphone par rapport au haut-parleur, suivant une direction bien déterminée, on observe toujours la sinusoïde (C_2) de fréquence N , mais

avec une amplitude qui augmente ou qui diminue et dont le décalage horaire par rapport à (C_1) passe régulièrement plusieurs fois de 0 à $\frac{T}{2}$. En déplaçant maintenant le microphone autour du haut-parleur dans toutes les directions tout en le maintenant à la même distance r de ce dernier, on constate que la sinusoïde (C_2) reste identique à elle-même et stable par rapport à la sinusoïde (C_1) .

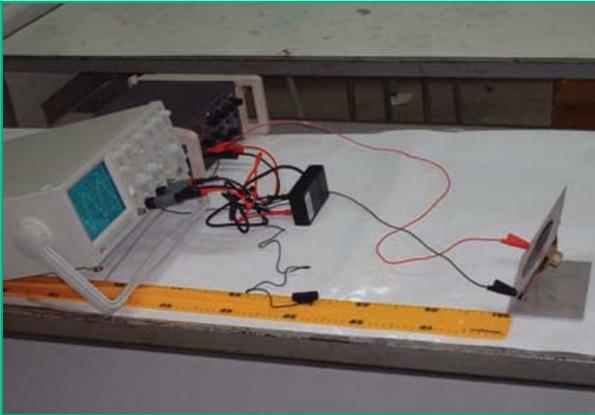


Fig.16a : Le son est exemple d'onde mécanique.

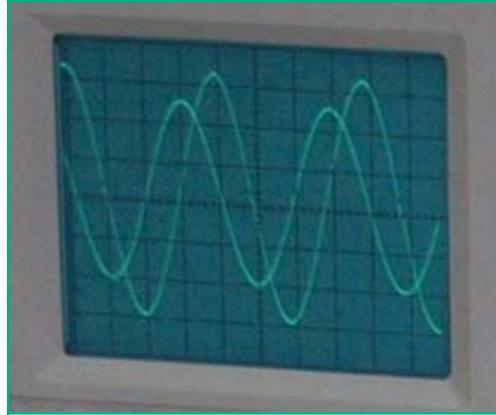


Fig.16 b : Oscillogrammes (C_1) et (C_2)

Questions

- 1°) Quelle est la constatation qui montre que le son est une onde tridimensionnelle ?
 - 2°) L'onde sonore est-elle transversale ou longitudinale ?
 - 3°) Expliquer les augmentations et les diminutions de l'amplitude de la sinusoïde C_2 , relevées lors du déplacement du microphone par rapport au haut-parleur.
 - 4°) Quelle est la longueur de déplacement du microphone par rapport au haut-parleur au bout de laquelle le décalage horaire entre les sinusoïdes (C_2) et (C_1) varie de $\frac{T}{2}$?
- Justifier la réponse.

Conclusion

Le son est de nature vibratoire. C'est une onde mécanique, appelée onde sonore et plus particulièrement acoustique lorsqu'elle est susceptible d'être perçue par l'oreille de l'homme. L'onde sonore émise par une source ponctuelle (approximation du haut-parleur) est une onde progressive sphérique mais qui s'atténue en s'éloignant de la source à cause de la dilution de l'énergie.

L'essentiel

- On appelle onde, le phénomène résultant de la propagation d'une succession d'ébranlements dans un milieu donné.
- Une onde est dite transversale si la direction des déformations auxquelles elle est due est perpendiculaire à la direction de sa propagation.
- Une onde est dite longitudinale si la direction des déformations auxquelles elle est due est parallèle à la direction de sa propagation.
- La propagation d'une onde correspond à un transport d'énergie sans déplacement de matière.
- La célérité (ou vitesse de propagation) d'une onde dépend de la nature du milieu de propagation et de ses propriétés.
- Toute onde se propageant dans un milieu ouvert est progressive. Elle est caractérisée par une double périodicité spatiale et temporelle.
- La période temporelle T de l'onde est liée à la période spatiale λ par la relation :

$$\lambda = v \cdot T$$

avec v la célérité de l'onde.

Exercices

Exercice résolu

ÉNONCÉ

A l'extrémité libre O d'une lame vibrant sinusoidalement avec une fréquence $N = 100$ Hz, on attache une corde élastique de longueur $l = 0,6$ m. Etant tendue, celle-ci est le siège d'une onde progressive sinusoidale transversale non amortie d'amplitude $a = 5$ mm, de phase initiale nulle et de célérité $v = 12$ m.s⁻¹.

1°) Etablir l'équation horaire de mouvement du point M de la corde situé au repos à $x = 21$ cm de la source et comparer ses vibrations avec celles de la source.

2°) Représenter dans le même système d'axes, les diagrammes des mouvements de la source et du point M.

3°) Déterminer le lieu et le nombre des points de la corde vibrant en quadrature avance de phase par rapport à la source.

4°) Représenter l'aspect de la corde à l'instant $t_1 = 3,25 \cdot 10^{-2}$ s et en déduire celui pris à l'instant $t_2 = 3,75 \cdot 10^{-2}$ s.

SOLUTION

1°) L'onde se propage sans amortissement. Donc, à tout instant t , on a :

$$y_M(t) = y_0(t - \theta) ; \theta = \frac{x}{v} : \text{temps mis par l'onde pour se propager de O à M.}$$

$$\text{Or : } y_0(t) = a \sin(\omega t). \text{ Il vient donc : } y_M(t) = a \sin\left(\omega t - \frac{2\pi x}{\lambda}\right) ; \varphi = - \frac{2\pi x}{\lambda}$$

$$\lambda = \frac{v}{N} ; \text{A.N : } \lambda = 12 \text{ cm, ce qui donne } \varphi = - \frac{7\pi}{2} = \left(-4\pi + \frac{\pi}{2}\right) \text{ rad.}$$

$$y_M(t) = 5 \cdot 10^{-3} \sin\left(200 \pi t + \frac{\pi}{2}\right).$$

Donc, le point M vibre avec la même amplitude que la source mais en quadrature avance de phase par rapport à cette dernière.

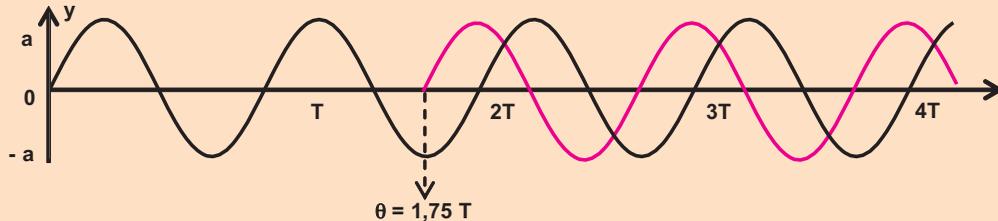
2°) Diagrammes des mouvements de S et de M

Si le mouvement de la source débute à $t = 0$, le point M ne commencera à vibrer qu'à $t_1 = \theta$, temps mis par le front de l'onde pour se propager de la source jusqu'au point M.

$$\theta = \frac{x}{v}. \text{ Or, } x = \frac{7}{4}\lambda ; \text{ Donc } \theta = \frac{7}{4}T = 1,75 T$$

Pour tout $t < \frac{7}{4}T$, $y_M(t) = 0$ et pour tout $t > \frac{7}{4}T$, $y_M(t) = a \sin(\omega t + \frac{\pi}{2})$.

En effet, le diagramme de mouvement du point M s'obtient par une translation de celui de la source d'une longueur représentant θ suivant l'axe des temps.



3°) Un point M de la corde vibre en quadrature avance de phase par rapport à la source si :

$$\Delta\varphi = -\frac{2\pi x}{\lambda} = -(4k - 1)\frac{\pi}{2} \text{ rad, ce qui conduit à } x = (4k - 1)\frac{\lambda}{4}.$$

Or, $x \leq l$. D'où : $k \leq \frac{l}{\lambda} + \frac{1}{4}$.

$\frac{l}{\lambda} = 5$. Donc, $k \leq 5,25$. Or, $k \in \mathbb{N}^*$. On a alors : $k \leq 5$; $k \in \{1, 2, 3, 4, 5\}$.

k	1	2	3	4	5
x (cm)	9	21	33	45	57

On remarque que le point M situé à $x = 21$ cm est bien l'un de ces cinq points.

4°) Distance parcourue par l'onde entre sa naissance (à $t_0 = 0$) et l'instant t_1 .

$$x_1 = v t_1 ; \text{ soit } : x_1 = \lambda \frac{t_1}{T}. \text{ Or, } \frac{t_1}{T} = 3,25.$$

Donc, $x_1 = 3,25 \lambda$. On constate que x_1 est inférieur à l .

En effet, $l = 5\lambda$. Donc, l'onde n'a pas encore atteint l'extrémité fixe de la corde

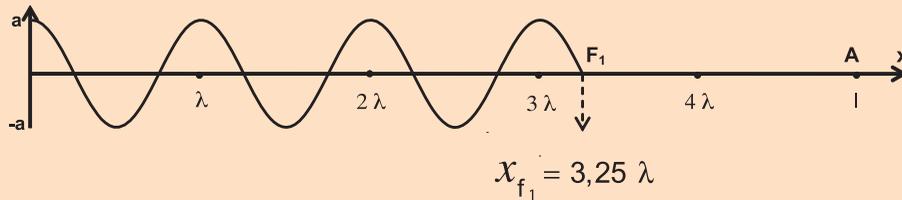
Ainsi, x_1 représente la position x_{f_1} du front d'onde .

∞ Pour $x > x_{f_1}$, $y_{t_1}(x) = 0$: le brin F_1A de la corde est encore au repos.

∞ Pour $x < x_{f_1}$, $y_{t_1}(x) = a \sin(\omega t_1 - \frac{2\pi x}{\lambda})$, $\omega t_1 = \frac{2\pi}{T} t_1$. Or, $\frac{t_1}{T} = 3,25$

Donc, $\omega t_1 = 6,5 \pi$ rad. Par suite, $y_{t_1}(x) = a \cos(\frac{2\pi x}{\lambda})$,

d'où l'aspect suivant de la corde à l'instant t_1 ,



Remarques :

- ♦ On retrouve bien pour le point M de la question (1) situé à $x = 1,75 \lambda$, une élongation y nulle à $t_1 = 3,25 T$.
- ♦ Il y a une autre méthode pratique permettant de dessiner rapidement la partie de la corde parcourue par l'onde sans recourir à l'expression $y_1(x)$.
En effet, il suffit d'extrapoler la sinusoïde de période λ jusqu'au point source, et ce en partant de la position du front d'onde.
- ♦ Aspect de la corde à l'instant $t_2 = 3,75 \cdot 10^{-2} \text{ s}$:

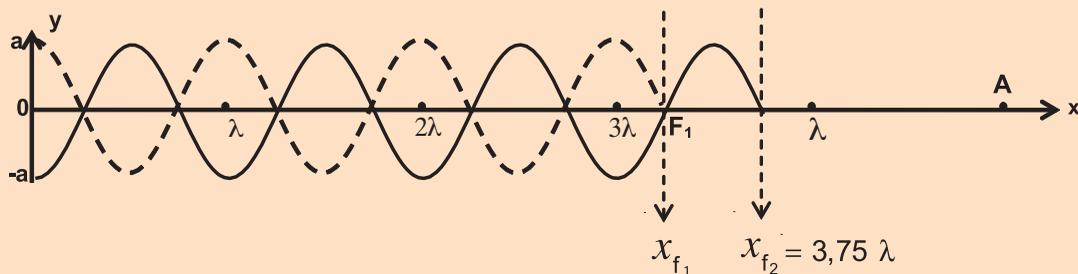
$$\frac{t_2 - t_1}{T} = \frac{1}{2}, \text{ ce qui signifie : } (t_2 - t_1) = \frac{1}{2} T.$$

Donc, entre t_1 et t_2 l'onde progresse de la distance $\frac{\lambda}{2}$.

Ainsi, à t_2 , le front d'onde se trouve à $x_{f_2} = x_{f_1} + \frac{\lambda}{2}$.

Or, $x_{f_1} = 3,25 \lambda$. Donc, $x_{f_2} = 3,75 \lambda$.

D'où l'aspect de la corde à t_2 , représenté ci-dessous :





Exercices à résoudre



Tests rapides des acquis

1

Items "vrai ou faux"

Evaluer les propositions suivantes par vrai ou faux.

- 1- Une onde mécanique se propage dans le vide.
- 2- Lors de sa propagation, un ébranlement mécanique transporte de l'énergie.
- 3- La célérité d'un ébranlement mécanique ne dépend pas du milieu de propagation.
- 4- Une onde sonore peut se propager dans le vide.
- 5- La longueur d'onde λ est la distance parcourue par l'onde pendant une période T.
- 6- La propagation d'une onde correspond à un déplacement de matière.
- 7- Dans un milieu homogène, la célérité d'une onde est constante.
- 8- L'onde qui se propage à la surface d'un liquide est une onde transversale.
- 9- L'onde sonore est une onde longitudinale.
- 10- Le déplacement d'un mobile correspond à un déplacement de matière alors que la propagation d'une onde correspond à un déplacement d'énergie.

2

Questions à Choix Multiples

Préciser pour chacune des questions suivantes, la(ou les) proposition(s) juste(s).

- I- A tout phénomène ondulatoire, est associé :
 - a- un déplacement de matière ;
 - b- un déplacement d'énergie ;
 - c- un déplacement de matière et d'énergie.

- II- Un enfant lance un caillou dans une étendue d'eau calme. L'impact du caillou dans l'eau provoque une déformation de sa surface. Cette déformation se propage à la surface de l'étendue.

La vitesse avec laquelle se propage l'ébranlement à la surface de l'eau dépend de :

 - a- l'énergie initiale du caillou ;
 - b- la taille du caillou ;
 - c- la profondeur de l'étendue d'eau.

- III- Une longue corde OA tendue est reliée en O à une lame vibrante de fréquence $N = 100\text{Hz}$. En A, un dispositif permet d'éviter les réflexions. On éclaire la corde à l'aide d'un stroboscope de fréquence $N_e = 49\text{ Hz}$. On observe alors la corde prendre l'aspect d'une sinusoïde :
 - a- fixe ;
 - b- qui se déplace lentement de O vers A ;
 - c- qui se déplace lentement de A vers O.

- IV- Une onde progressive sinusoïdale de fréquence $N = 50\text{Hz}$ se propage à la surface d'un liquide au repos avec la célérité $v = 0,25\text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$. La distance qui sépare deux points du liquide qui vibrent en phase est alors égale à :
 - a- 5 mm ;
 - b- 10 mm ;
 - c- 15 mm.

Exercices d'application

3 Une lame vibrante impose à l'extrémité S d'une corde horizontale un mouvement transversal rectiligne et sinusoïdal d'équation : $y = a \sin(100\pi t)$, avec t en secondes. La célérité des ébranlements le long de la corde est $v = 10 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$.

On supposera l'amortissement nul.

1°) Déterminer la fréquence N de vibration de l'extrémité S et la longueur d'onde λ de l'onde progressant le long de la corde.

2°) a) Représenter l'aspect de la corde aux instants $t_1 = 0,02 \text{ s}$ et $t_2 = 0,05 \text{ s}$ sachant que le mouvement de l'extrémité S de cette corde commence à $t = 0$ en se déplaçant dans le sens positif.

b) Quel est, par rapport à la source, l'état vibratoire de chacun des points M_1 et M_2 distants de S respectivement de $d_1 = 10 \text{ cm}$ et de $d_2 = 40 \text{ cm}$?

3°) On éclaire la corde avec un stroboscope de fréquence N_e variable. Quel est l'aspect observé de la corde lorsque N_e vaut 25 Hz , 49 Hz et 51 Hz ? Justifier les réponses.

4 L'extrémité S d'une longue corde est fixée à l'extrémité d'une lame vibrante qui oscille sinusoïdalement avec une fréquence $N = 50 \text{ Hz}$ et une amplitude $a = 0,5 \text{ cm}$. A l'instant zéro, la lame est dans sa position d'équilibre et commence son mouvement vers le haut.

1°) Quelle est l'équation du mouvement de S ? (on oriente positivement la verticale vers le haut).

2°) L'onde se propage avec la célérité $v = 1 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$; l'extrémité de la corde est telle que l'onde ne peut pas se réfléchir.

a) Etablir l'équation du mouvement d'un point M situé à la distance d de S.

b) Ecrire cette équation dans le cas où $d = 3 \text{ cm}$. Comparer le mouvement de M à celui de S.

3°) Tracer les courbes représentatives de $y_S(t)$ et $y_M(t)$ en fonction du temps.

4°) Représenter l'aspect de la corde aux instants $t_1 = 0,03 \text{ s}$ et $t_2 = 0,035 \text{ s}$.

5 Un électroaimant communique à une lame vibrante un mouvement sinusoïdal de fréquence $N = 100 \text{ Hz}$ et d'amplitude $a = 5 \text{ mm}$. On fixe à l'extrémité de la lame une corde très longue.

1°) A l'instant $t = 0$, la lame part de sa position d'équilibre dans le sens positif. A l'instant $t = 6,5 \cdot 10^{-2} \text{ s}$, le point M de la corde d'abscisse $x = 32,5 \text{ cm}$ entre à son tour en vibration.

a) Calculer la vitesse de propagation des ondes le long de la corde.

b) Calculer la longueur d'onde λ .

2°) On étudie maintenant le mouvement de M en fonction du temps (on suppose qu'il n'y a pas de réflexion à l'autre extrémité de la corde).

a) Etablir l'équation horaire de son mouvement.

b) Tracer le graphe représentant le mouvement de M en fonction du temps entre les instants $t_1 = 0 \text{ s}$ et $t_2 = 0,1 \text{ s}$.

c) Etablir l'expression des instants t pour lesquelles l'élongation de M est maximale. On prendra, pour origine des temps, l'instant où commence le mouvement de la source). Calculer l'instant t_0 pour lequel cette valeur est atteinte pour la première fois.

6 Une onde progressive sinusoïdale de fréquence $N = 50 \text{ Hz}$, créée par une source S à partir d'un instant $t_0 = 0$ se propage à la surface de l'eau. La figure ci-dessous représente, à un instant t_1 , une coupe de cette surface par un plan vertical passant par S . A cet instant, l'élongation du point S est nulle.



La distance AB est égale à $3,0 \text{ cm}$, l'amplitude de l'onde est constante et égale à 4 mm .

- 1°) Déterminer la valeur de la longueur d'onde λ .
- 2°) Calculer la célérité v de cette onde.
- 3°) Quelle est la valeur de t_1 ?
- 4°) Etablir l'équation horaire du mouvement de la source $y_s(t)$?
- 5°) A l'instant t_1 , combien y a-t-il de points vibrant en opposition de phase avec S ?
Faire un schéma en indiquant les positions et le sens du mouvement de ces points et celui du point S à l'instant t_1 .
- 6°) Représenter une coupe de la surface de l'eau à l'instant $t_2 = 6,25 \cdot 10^{-2} \text{ s}$.

Exercices de synthèse

7 En un point O de la surface de l'eau d'une cuve à ondes, une source ponctuelle produit des oscillations sinusoïdales verticales d'amplitude a et de fréquence N . Des ondes entretenues de forme circulaire se propagent à la surface de l'eau avec la célérité v (Fig.1). Les bords de la cuve à ondes sont tels qu'ils absorbent les ondes progressives provenant de S . On néglige tout amortissement des ondes.

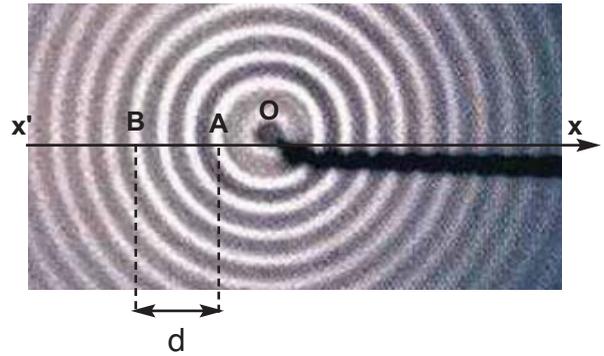


Fig.1

1°) a) Indiquer sommairement comment faut-il procéder pour observer des rides circulaires apparemment immobiles.

b) La distance entre les deux points A et B appartenant chacun à une crête circulaire est : $d = 24 \text{ mm}$. En déduire la valeur de la longueur d'onde λ .

2°) La sinusoïde traduisant l'élongation verticale $y_M(t)$ d'un point M de la surface de l'eau, situé à la distance d' du point O , est donnée par la figure 2.

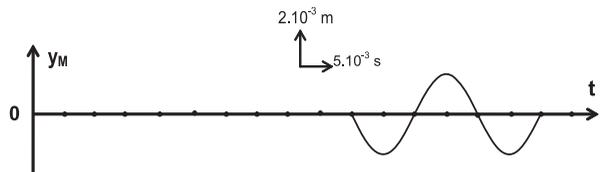


Fig.2

a) Etablir l'expression de $y_M(t)$.

b) Calculer la célérité v .

c) Déduire de la figure 2 la sinusoïde traduisant l'évolution de l'élongation verticale $y_O(t)$ du point O ; puis s'y appuyer pour établir l'expression de $y_O(t)$.

3°) Représenter une coupe transversale de la surface de l'eau suivant l'axe $x'x$ à l'instant $t_0 = 0,045 \text{ s}$.

4°) Quels sont les points qui vibrent en phase avec la source S à l'instant t_0 ?

8 A l'extrémité S d'une lame vibrante, on attache une corde horizontale qui passe sur la gorge d'une poulie et au bout de laquelle on suspend un solide. Du côté de la poulie, on met un dispositif qui absorbe l'énergie de l'onde. Le repère d'étude (Oxy) a une origine O confondue avec la position de S au repos (Fig.1).

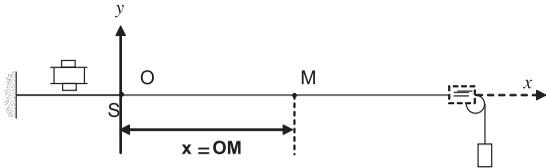


Fig.1

1°) L'extrémité S est une source d'onde d'équation horaire $y_S(t) = a \cdot \sin(\omega \cdot t + \varphi)$ d'amplitude $a = 3 \text{ mm}$. Le mouvement de la source S a démarré à $t_0 = 0 \text{ s}$; avant l'instant $t_0 = 0 \text{ s}$ la corde était entièrement au repos.

a) Préciser et interpréter ce que l'on observe avec un éclairage continu.

b) Qu'observe-t-on si on éclaire la corde à l'aide d'un stroboscope de fréquence N_e légèrement inférieure à la fréquence N du vibreur ?

2°) La figure 2 représente l'aspect de la corde à l'instant $t_1 = 0,025 \text{ s}$ où le front d'onde atteint le point A d'abscisse $x = OA = 0,75 \text{ m}$.

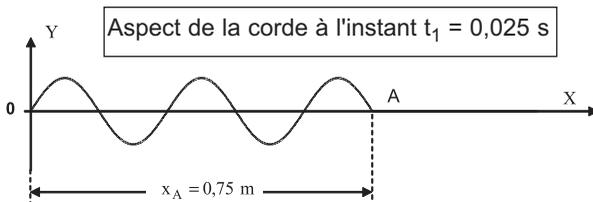


Fig.2

a) Calculer la longueur d'onde λ , la célérité v de l'onde et sa fréquence N .

b) Quelle est l'équation horaire du mouvement de la source ?

c) Déterminer l'élongation $y_A(t)$ du mouvement du point A considéré.

d) Représenter l'allure du graphe de $y_A(t)$.

9 I- Une corde élastique de longueur infinie, tendue horizontalement est attachée par son extrémité S au bout d'une lame vibrante qui lui communique à partir de l'instant $t = 0$ des vibrations sinusoïdales transversales. On suppose qu'il n'y a aucun amortissement.

L'une des courbes de la figure ci-après représente le diagramme du mouvement d'un point A de la corde situé à une distance x_A de l'extrémité source. L'autre représente l'aspect de la corde à un instant t_1 .

1°) Identifier les courbes (I) et (II) en justifiant la réponse. En déduire les périodes temporelle et spatiale de l'onde ainsi que l'amplitude a des ébranlements.

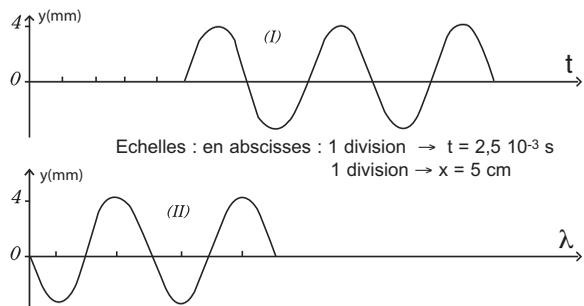
2°) Déterminer la célérité de l'ébranlement, la distance x_A et l'instant t_1 .

3°) Ecrire l'équation horaire des vibrations de la source S et celle du point A de la corde.

4°) a) Représenter l'aspect de la corde à l'instant $t_2 = 2,5 \cdot 10^{-2} \text{ s}$.

b) Placer sur le graphique précédent, les points ayant l'élongation $(-\frac{a}{2})$ et se déplaçant dans le sens négatif.

c) Déterminer le nombre et les abscisses des points de la corde qui vibrent en quadrature retard de phase par rapport à la source.



II- La lame vibrante porte une pointe S animée d'un mouvement vertical avec lequel elle impose à un point O de la surface de l'eau une élongation $y_O(t) = 10^{-3} \sin(628 t)$ (y en m et t en s).

1°) Établir l'équation horaire du mouvement d'un point M de la surface de l'eau, tel que $OM = x$ au repos.

2°) Calculer la célérité de l'onde sachant que la plus petite distance entre 2 points qui vibrent en quadrature de phase est $d = 1$ mm.

3°) Représenter graphiquement la coupe de la surface de l'eau suivant un plan vertical passant par O aux instants $t_2 = 0,035$ s et $t_3 = 0,040$ s.

4°) Pour observer l'immobilité apparente de la surface d'eau, on utilise un stroboscope. Quelle doit être pour ce, la fréquence des éclairs ? Calculer la plus grande fréquence possible. S'il y avait un éclair de moins par seconde, les ondes se déplaceraient se propager lentement, préciser le sens de propagation apparent.

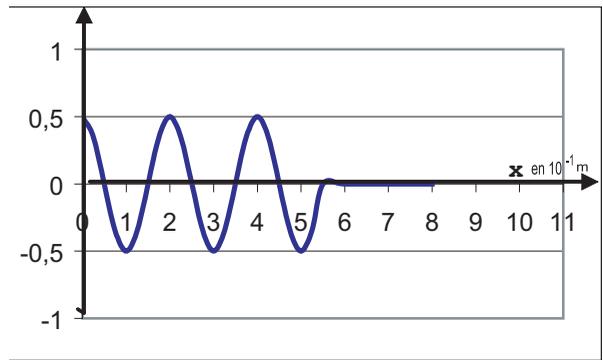


Fig.2

Déduire de ces données :

- a) la fréquence N et la longueur d'onde λ ;
- b) la célérité v de l'onde ;
- c) l'abscisse x_1 et l'instant t_0 .

2°) Que peut-on dire des mouvements de S et de M_1 ?

3°) Déterminer l'expression des instants t au niveau desquels le point M_1 passe par l'élongation $2,5 \cdot 10^{-3}$ m dans le sens positif des elongation durant l'intervalle de temps compris entre les instants 0 et 0,14 s.

4°) Déterminer les abscisses des points se trouvant à l'élongation $2,5 \cdot 10^{-3}$ m et se déplaceront dans le sens négatif des elongations à l'instant t_0 .

10 Un électroaimant communique à une lame vibrante un mouvement sinusoïdal de fréquence N et d'amplitude a . On fixe à la lame une corde de longueur $L = 2$ m par son extrémité S. A l'autre extrémité de la corde, on exerce une force de tension et on place du coton.

1°) A l'instant $t = 0$ s, la lame part de sa position d'équilibre. On donne la courbe d'évolution de l'élongation au cours du temps d'un point M_1 se trouvant au repos à une abscisse x_1 de S (Fig.1) et l'aspect de la corde à un instant t_0 (Fig.2).

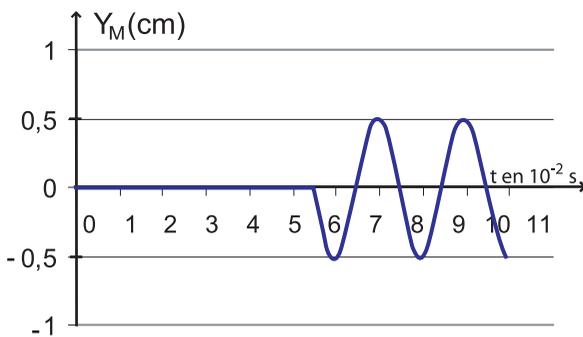


Fig.1

11 Deux petits microphones M_1 et M_2 séparés d'une distance d sont disposés sur l'axe de symétrie d'un haut-parleur produisant une onde sonore sinusoïdale de fréquence N réglable. Ils sont reliés respectivement au voies 1 et 2 d'un oscilloscope, de même sensibilité verticale.

On fixe $d = 34$ cm et $N = 2000$ Hz ; la célérité des ondes sonores dans l'air est $v = 340$ ms⁻¹.

1°) a) Quelle base de temps doit-on choisir pour observer sur voie 1 de l'oscilloscope, deux périodes de tension captée aux bornes du microphones M_1 sachant que l'écran comporte horizontalement 10 divisions et verticalement 8 divisions.

b) Pourquoi l'amplitude de la tension observée sur la voie 2 est-elle plus faible que celle observée sur la voie 1 ?

c) Représenter l'oscillogramme des deux tensions observées.

2°) a) On modifie la fréquence N et la distance d . Pour $N = 1$ kHz, on a $d = 17$ cm. Représenter le nouvel oscillogramme obtenu.

b) Le microphone M_2 est ensuite éloigné de M_1 et la base de temps est réglée pour un oscillogramme analogue à l'oscillogramme de la question 1.

Quelles sont alors les valeurs de d et de la nouvelle sensibilité de la base de temps ?

12 Mesure de la célérité d'une onde sonore.

Le son émis par le haut-parleur est capté par deux microphones M_1 et M_2 branchés sur les voies Y_A et Y_B de l'oscilloscope (Fig.1).

1°) Calculer la fréquence du son capté, sachant que l'on aperçoit deux périodes complètes de chaque sinusoïde sur l'oscillogramme, que l'écran comporte dix divisions au total en largeur et que la fréquence de balayage est réglée sur 0,4 ms par division. Lorsque les deux abscisses des microphones sont égales, les courbes observées sur l'oscilloscope sont en phase. On déplace lentement le microphone M_2 et on relève son abscisse x_2 à chaque fois que les courbes sur l'oscilloscope sont à nouveau en phase.

N°	1	2	3	4	5
x_2 (cm)	68,0	136,0	204,0	272,0	340,0

2°) Quelle valeur de la longueur d'onde peut-on déduire de ces mesures ?

3°) Quelle est alors la célérité du son dans l'air ?

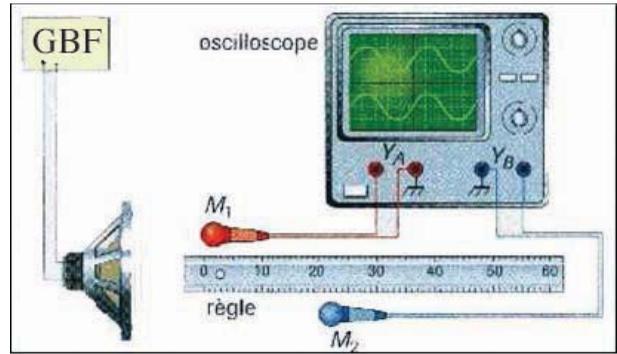


Fig.1

13 Le son émis par le haut-parleur est capté par le microphone M . On réalise les branchements conformément à la figure ci-dessous.

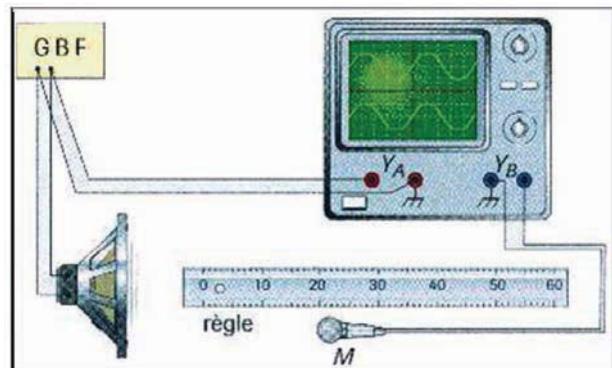
1°) Quelles sont les deux tensions visualisées sur l'oscilloscope ?

2°) Calculer la fréquence du son capté, sachant que l'on aperçoit deux périodes complètes de chaque sinusoïde sur l'oscillogramme, que l'écran comporte dix divisions au total, et que la fréquence de balayage est réglée sur 0,2 ms par division.

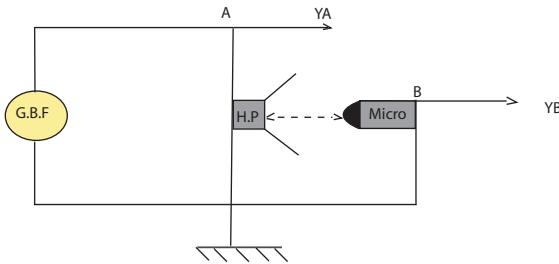
3°) On note les deux positions du micro qui permettent d'obtenir deux sinusoïdes en phase : $x_1 = 4,5$ cm et $x_2 = 38,5$ cm.

Quelle est la valeur de la longueur d'onde λ de l'onde sonore dans ces conditions ?

4°) En déduire la célérité v des ondes sonores dans l'air.



14 Un haut-parleur est mis en vibration à l'aide d'un G.B.F réglé sur la fréquence $N = 1,47 \text{ kHz}$. Un microphone placé à une distance d du haut-parleur est relié à la voie B de l'oscilloscope, la voie A étant reliée au G.B.F comme le montre la figure 1.



On observe sur l'écran de l'oscilloscope les courbes de la figure 2.

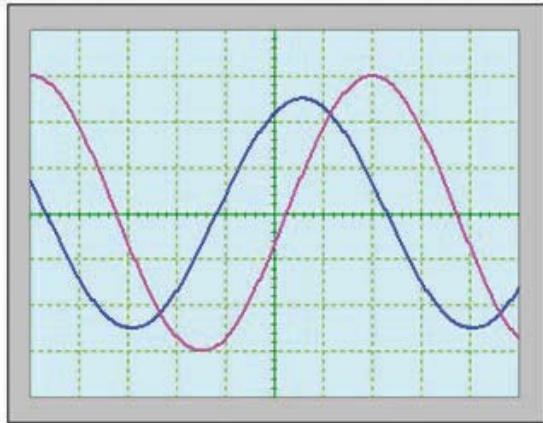


Fig.2

1°) Déterminer :

a) la durée de balayage de l'oscilloscope ;

b) le décalage horaire θ (en s) entre les deux courbes. Exprimer le temps mis par l'onde sonore pour atteindre le microphone en fonction de θ et de N .

2°) Les deux voies ont la même sensibilité : $k = 100 \text{ mV / div}$. Calculer les amplitudes des deux ondes. Pourquoi sont-elles différentes ?

3°) On augmente progressivement la distance entre le microphone et le haut-parleur. Pour deux positions successives repérées par d_1 et d_2 telles que $(d_2 - d_1 = 23,0 \text{ cm})$, on obtient deux courbes en phase. En déduire la longueur d'onde λ et la célérité v du son.

4°) Sachant que d est comprise entre 40 et 60 cm, donner sa valeur.

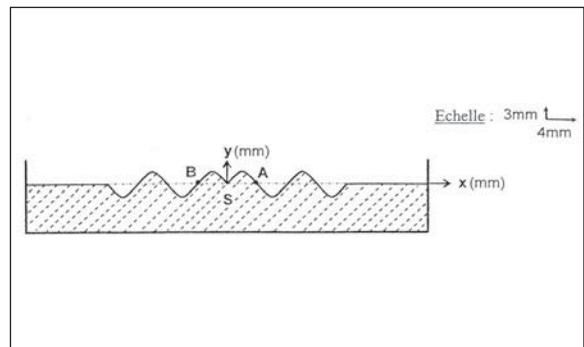
5°) Si on change la fréquence du GBF, la célérité v du son change-t-elle ? Pourquoi ?

15 En un point S de la surface de l'eau d'une cuve à ondes, une source ponctuelle produit des vibrations sinusoïdales verticales d'amplitude $Y_m = 3 \text{ mm}$ et de fréquence N . Des ondes circulaires transversales de même amplitude Y_m se propagent à la surface de l'eau à partir de S avec la célérité v . On suppose qu'il n'y a ni réflexion ni amortissement des ondes.

Le mouvement de S débute à l'instant $t = 0$ et admet comme équation horaire :

$$y_S(t) = Y_m \sin(2\pi Nt + \pi)$$

Le graphe de figure 5 représente une coupe de l'aspect que prend la surface de la nappe d'eau, à l'instant $t_1 = 0,2 \text{ s}$, suivant un plan vertical passant par S .



1°) Décrire ce que l'on observe à la surface de l'eau, en lumière ordinaire

2°) Déterminer à partir du graphe de la figure ci-dessus :

a) la longueur d'onde λ ,

b) la célérité v de l'onde à la surface de l'eau et en déduire la valeur de la fréquence N .

3°) a) Etablir l'équation horaire du mouvement d'un M , d'abscisse x , de la surface de la nappe d'eau atteint par l'onde.

b) comparer les mouvements des deux points A et B de la surface de la nappe d'eau (figure ci-dessus).

16 Etude de texte

Quand la Terre tremble...

Quand la Terre tremble, les vibrations se propagent dans toutes les directions à partir du foyer du tremblement de terre situé dans les profondeurs de la couche terrestre. Les vibrations sont initialement de deux types : celles qui compriment et détendent alternativement les roches à la manière d'un accordéon et celles plus destructrices qui les cisailent. Les premières, les plus rapides (appelées ondes P), voyagent dans la croûte à une vitesse de 6 km.s^{-1} environ, mais peuvent être ralenties dans les roches peu consolidées. Les secondes (appelées ondes S) sont, à cause des propriétés élastiques des roches, systématiquement deux fois plus lentes mais environ cinq fois plus fortes que les premières. Ainsi, lors d'un séisme lointain, ayant ressenti l'onde P, on peut anticiper l'arrivée des ondes S.

Les ondes P vibrent dans leur direction de propa-

gation, elles soulèvent ou affaissent le sol, tandis que les ondes S vibrent perpendiculairement et nous secouent horizontalement.

Heureusement, lors de leur voyage à travers les sous sol, les ondes perdent de leur énergie. En s'éloignant du foyer, elles s'amortissent et leurs effets s'atténuent. Voilà pourquoi les séismes superficiels, trop proches pour être affaiblis, sont les plus destructeurs.

D'après la revue «La Recherche»

Questions

- 1°) Relever du texte deux passages qui montrent que l'auteur confond entre vibrations et ondes.
- 2°) Pour chacune des ondes sismiques S et P, relever du texte une phrase qui montre si elle est transversale ou bien longitudinale.
- 3°) Expliquer pourquoi lors d'un séisme, les ondes S nous secouent horizontalement.

D'après un sujet de baccalauréat
(session principale de juin 2009)

Fiche technique N°1

METHODE D'ANALYSE OPTIQUE D'UN PHENOMENE PERIODIQUE

Dans le paragraphe 2.2, on s'intéresse à l'étude expérimentale du mouvement d'un point de la corde. Pour cela, on utilise une méthode pratique connue sous le nom de méthode d'analyse optique.

Une corde élastique souple sans raideur est tendue horizontalement entre un vibreur et un support fixe. En mettant le vibreur en marche, il est difficile d'observer une forme nette de la corde.

On place parallèlement à la corde et au niveau d'un point M, appartenant à la corde, un diaphragme unifente F sur lequel tombe un faisceau lumineux parallèle.

Le faisceau émergent entoure l'ombre portée du point M de la corde. A la suite de la réflexion sur un miroir tournant à vitesse constante, cette ombre prend sur l'écran (E) la forme d'une sinusoïde. (Figure 1).

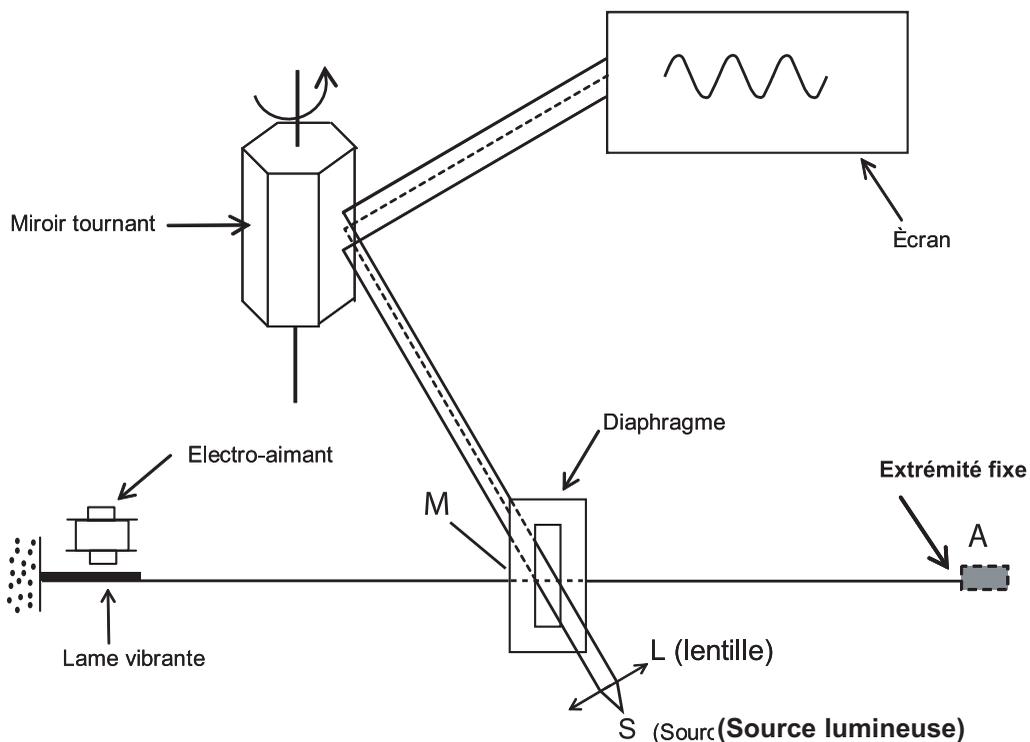


Fig.1: Analyse optique du mouvement d'un point M d'une corde élastique

Fiche technique N°2

LA STROBOSCOPIE

Principe de la stroboscopie

La stroboscopie est une technique d'éclairage qui permet de visualiser les phénomènes périodiques trop rapides pour être détectés par l'œil. Le stroboscope électronique (Fig.1) est une source de lumière qui émet des éclairs à des intervalles de temps T_e réguliers et à la fréquence N_e .

Pour observer un mouvement périodique de période T , on éclaire le dispositif produisant ce mouvement périodique par une lumière stroboscopique de période T_e . On substitue ainsi au mouvement réel un mouvement apparent dont les caractéristiques dépendent des valeurs de T et de T_e .



Fig.1 : Stroboscope électronique

La persistance rétinienne : L'œil n'est capable de séparer deux images successives que si l'intervalle de temps qui les sépare est supérieur à 0,1 s, c'est-à-dire si la fréquence du phénomène observé est inférieure à 10 Hz. Donc, l'utilisation du stroboscope n'a d'intérêt que si le phénomène périodique à étudier est d'une fréquence supérieure à 10 Hz.

Considérons un disque blanc sur lequel est fixée une pastille noire. Un moteur impose au disque un mouvement de rotation uniforme de fréquence N égale à 20 tr.s^{-1} par exemple. L'observation à l'œil nu de la pastille noire n'est pas possible car la fréquence $N = 20 \text{ Hz}$ du mouvement est supérieure à la fréquence de la persistance rétinienne (10 Hz). Si on éclaire le disque par un stroboscope émettant 20 éclairs par seconde ($N_e = 20 \text{ Hz}$), on observe l'immobilité apparente de la pastille noire (Fig.2)

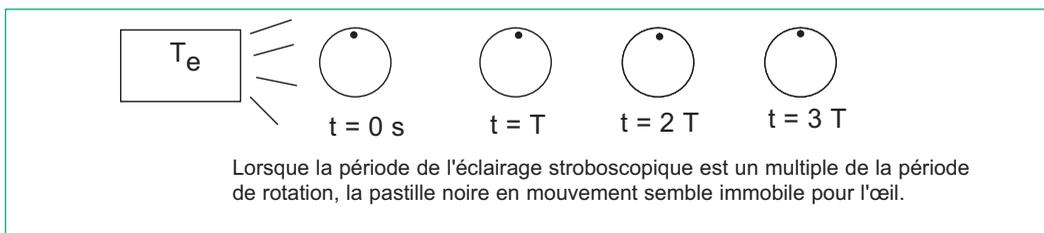


Fig.2

D'une façon générale :

- Il y a **immobilité apparente** chaque fois que : $T_e = k T$ (avec k un entier naturel)
- Il y a **un mouvement ralenti apparent** :
 - dans le sens réel du mouvement si T_e est très légèrement supérieure à T (ou kT)
 - dans le sens contraire du mouvement réel si T_e est très légèrement inférieure à T (ou kT)

En savoir plus

Propriétés des ondes

Une **onde** est la propagation d'une perturbation produisant sur son passage une variation réversible de propriétés physiques locales. Elle transporte de l'**énergie** sans transporter de **matière**.

Comme tout concept unificateur, l'onde recouvre une grande variété de situations physiques très différentes. Comme exemples d'ondes, on cite entre autres :

- ♦ l'onde oscillante, qui peut être périodique, est bien illustrée par les rides provoquées par le caillou qui tombe dans l'eau,
- ♦ l'onde solitaire qui trouve un très **bel** exemple dans les mascarets (mascaret : phénomène de brusque surélévation de l'eau d'un fleuve ou d'un estuaire, provoquée par l'onde de la marée montante lors des grandes marées),
- ♦ l'onde acoustique,
- ♦ l'onde de **choc**, perçue acoustiquement au passage du mur du son par un **avion**, par exemple,
- ♦ les ondes électromagnétiques.

Dans le cas d'une onde mécanique, on observe de petits déplacements locaux et éphémères des éléments du milieu qui supportent cette onde, mais pas de transport global de ces éléments. Il en est ainsi pour une vague marine qui correspond à un mouvement approximativement elliptique des particules d'eau qui, en particulier, agite un **bateau** en mer. Dans ce **contexte**, un **déplacement** horizontal de matière est un courant ; or, on peut avoir une vague sans courant, voire une vague allant à contre-courant. La vague transporte horizontalement l'énergie du vent qui lui a donné naissance au large et, ce indépendamment du transport global de l'eau.

Dans les instruments de musique à corde, la perturbation est apportée de différentes manières : archet (violon), **marteau** (piano), doigt (guitare). Sous l'effet de l'excitation appliquée transversalement, tous les éléments des cordes de ces instruments vibrent transversalement autour d'une position d'équilibre qui correspond à la corde au repos. L'énergie de vibration des cordes se transforme en son car les mouvements transverses des cordes mettent en mouvement l'air qui les baigne. Un son correspond à la propagation dans l'air d'une onde de **pression** de cet air. En un **point** de l'espace, la pression de l'air oscille autour de la valeur de sa pression au repos, elle croît et décroît alternativement autour de cette valeur. Dans une onde sonore, le mouvement local des molécules d'air se fait dans la même direction que la propagation de l'énergie, l'onde est longitudinale. Il faut noter que les directions longitudinales et transverses se réfèrent à la direction de propagation de l'énergie qui est prise comme direction longitudinale.

Deux vitesses peuvent être associées à une onde : les vitesses de phase et vitesse de groupe. La première est la vitesse à laquelle se propage la phase de l'onde, tandis que la deuxième correspond à la vitesse de propagation de l'enveloppe (éventuellement déformée au cours du temps). La vitesse de groupe correspond à ce qu'on appelle la célérité de l'onde.

Une onde se modélise par une fonction $A(\vec{x}, t)$, d'amplitude A_0 , \vec{x} étant la position dans l'espace (vecteur) et t étant le temps.

Une très grande famille des solutions d'équations de propagation des ondes est celle des fonctions sinusoïdales, **sinus** et **cosinus** (elles ne sont pas les seules). On montre également que tout phénomène périodique continu peut se décomposer en fonctions sinusoïdales (série de Fourier), et de manière générale, toute fonction continue (transformée de Fourier). Les ondes sinusoïdales sont donc un objet d'étude simple et utile.

Dans ce cadre, une onde sinusoïdale peut s'écrire :

$$A(x, t) = A_0 \sin(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{x} + \varphi)$$

(Démonstration)

On appelle

- ♦ amplitude le facteur A_0 ,
- ♦ phase l'argument du sinus $(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{x} + \varphi)$,
- ♦ tandis que φ est la phase à l'origine lorsque t et x sont nuls.

La phase absolue d'une onde n'est pas mesurable. La lettre grecque ω désigne la pulsation de l'onde ; on note qu'elle est donnée par la dérivée de la phase par rapport au temps :

$$\frac{\partial}{\partial t}(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{x} + \varphi) = \omega$$

Le vecteur \vec{k} est le vecteur d'onde. Lorsque l'on se place sur un seul axe, ce vecteur est un scalaire et est appelé nombre d'onde : c'est le nombre d'oscillations que l'on dénombre sur 2π unités de longueur.

On a pour le module du vecteur d'onde : $k = \frac{2\pi}{\lambda}$

La pulsation s'écrit en fonction de la fréquence ν : $\omega = 2\pi\nu = \frac{2\pi}{T}$

La vitesse de phase vaut enfin : $c = \frac{\lambda}{T} = \frac{\omega}{k}$

Objectifs

- ◆ Justifier le caractère ondulatoire de la lumière à partir d'expériences de diffraction d'ondes mécaniques et d'ondes lumineuses.
- ◆ Préciser l'influence, sur le phénomène de diffraction, du quotient $\frac{\lambda}{a}$ (λ étant la longueur d'onde et a la largeur de la fente).
- ◆ Réaliser des expériences de dispersion des ondes lumineuses.
- ◆ Montrer que la lumière blanche est constituée d'une infinité de radiations monochromatiques.
- ◆ Distinguer un milieu dispersif d'un milieu non dispersif.

Prérequis

SAVOIR	SAVOIR FAIRE
<ul style="list-style-type: none"> ◆ Définir une onde mécanique rectiligne. ◆ Définir le phénomène de dispersion de la lumière blanche. 	<ul style="list-style-type: none"> ◆ Reconnaître une onde mécanique rectiligne. ◆ Utiliser un stroboscope. ◆ Mesurer la longueur d'onde λ d'une onde plane progressive. ◆ Utiliser une source Laser. ◆ Reconnaître le phénomène de dispersion de la lumière blanche.