RÉPUBLIQUE TUNISIENNE MINISTÈRE DE L'ÉDUCATION ***** EXAMEN DU BACCALAURÉAT	Épreuve : **MATHÉMATIQUES** Section : **Sciences DE L'INFORMATIQUE** Durée : **3 h** — Coefficient : **3**
SESSION **2016**	**Session principale**

Le sujet comporte trois pages, la page 3/ 3 est à rendre avec la copie

Exercice 1 (5 points)

On considère, dans $\mathbb{C}$, les deux équations suivantes :

$$(E_1) : \ z^2 - (1+5i)z - 8 + i = 0$$

$$\text{et } (E_2) : \ z^3 - (1+6i)z^2 + (-13+2i)z + 1 + 8i = 0.$$

1) a) Vérifier que $(3+i)^2 = 8+6i$

b) Résoudre dans $\mathbb{C}$, l'équation (E_1) .

2) a) déterminer les nombres complexes b et c tels que :

$$z^3 - (1+6i)z^2 + (-13+2i)z + 1 + 8i = (z-i)(z^2+bz+c)$$

b) Résoudre dans $\mathbb{C}$, l'équation (E_2).

3) Dans le plan complexe rapporté à un repère orthonormé $(O, \vec{u}, \vec{v})$, on considère les points d'affixes respectives $z_A = i$, $z_B = 2+3i$ et $z_C = -1+2i$;

a) Placer les points A, B et C .

b) Montrer que ABC est un triangle rectangle.

Exercice 2 (5 points)

Le tableau suivant donne la proportion des ménages abonnés à Internet

Année	2009	2010	2011	2012	2013	2014	2015
Rang (x_i)	1	2	3	4	5	6	7
Pourcentage (y_i)	8,1	11,4	14,3	17,1	22	28,8	33,5

Source : Tunisie Télécom

1) a) Représenter le nuage de points de coordonnées $(x_i\ ; y_i)$ dans un repère orthogonal.

b) Expliquer pourquoi un ajustement affine de ce nuage est justifié.

c) Calculer les coordonnées, à 0,1 près, du point moyen G du nuage. Placer G sur le graphique précédent.

2) a) Par la méthode des moindres carrés, donner l'équation de la droite de régression de y en x.

b) Estimer alors la proportion des ménages abonnés à Internet en Tunisie en 2018.

3) Peut-on à l'aide de cet ajustement, estimer la proportion des ménages tunisiens abonnés à Internet en 2032 ?

Exercice 3 (6 points)

I) On donne dans l'annexe joint, la courbe représentative (C_g) dans un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$ d'une fonction g définie sur $]0, +\infty[$.

1) A l'aide d'une lecture graphique :
   a) Déterminer $g(1)$ et $g'(1)$.
   b) Dresser le tableau de signe de g sur $]0, +\infty[$.
2) On suppose, dans la suite, que $g(x) = a + b \ln x$ où a et b sont deux constantes réelles. Montrer que $a = -1$ et $b = 2$.

II) Soit f la fonction définie sur $]0, +\infty[$ par $f(x) = \dfrac{-1-2\ln x}{x}$ et on désigne par (C_f) sa courbe représentative dans le repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

1) Calculer $\lim\limits_{+\infty} f$ et $\lim\limits_{0^+} f$ et interpréter graphiquement les résultats obtenus.
2) a) Montrer que pour tout $x > 0$; $f'(x) = \dfrac{g(x)}{x^2}$
   b) Dresser le tableau de variation de f.
   c) Calculer $f\left(\dfrac{1}{\sqrt{e}}\right)$.
   d) Tracer (C_f).
3) a) Montrer que $\displaystyle\int_{\frac{1}{\sqrt{e}}}^{\sqrt{e}} \frac{\ln x}{x}\,dx = 0$.
   b) Calculer l'aire de la partie du plan délimitée par la courbe (C_f), l'axe des ordonnées et les droites d'équations $x = \dfrac{1}{\sqrt{e}}$ et $x = \sqrt{e}$.

Exercice 4 (4 points)

On considère la suite (U_n) définie par : $\begin{cases} U_0 = 13 \\ U_{n+1} = 5U_n - 2 \quad \text{pour } n \in \mathbb{N} \end{cases}$

1) a) Calculer U_1, U_2, U_3 et U_4.
   b) Que peut-on dire à propos des deux derniers chiffres du terme U_n ?
   c) Montrer, par récurrence, que pour tout entier n, $U_n \equiv 13[50]$.
   d) En déduire les deux derniers chiffres du terme U_n.
2) Montrer que pour tout entier n ; U_n et U_{n+1} sont des entiers premiers entre eux.

Épreuve : MATHEMATIQUES – Section : Sciences de l'informatique (Session principale)

Annexe (à rendre avec la copie)