RÉPUBLIQUE TUNISIENNE MINISTÈRE DE L'ÉDUCATION EXAMEN DU BACCALAURÉAT SESSION 2019	**Session de contrôle**	
	Épreuve : **Mathématiques**	Section : **Sciences de l'informatique**
	Durée : **3h**	Coefficient de l'épreuve: **3**

Le sujet comporte 4 pages numérotées de 1/4 à 4/4.

La page 4/4 est à rendre avec la copie.

Exercice 1 : (4.5 points)

1) a) Montrer que les racines carrées de $7-24i$ sont $4-3i$ et $(-4)+3i$.

b) Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation (E) : $z^2+(2-5i)z-7+i=0$.

Dans le plan complexe rapporté à un repère orthonormé direct, on considère les points A , B et M d'affixes respectives $z_1=1+i$, $z_2=-3+4i$ et $z_3=\alpha-i\alpha$, où α est un réel non nul.

2) a) Montrer que $\overline{z_1}\, z_3=-2i\alpha$ et déduire la nature du triangle AOM.

b) Montrer que $\overline{(z_1-z_2)}(z_1-z_3)=1-7\alpha+i(\alpha+7)$.

Déterminer le réel α pour lequel les points A, B et M sont alignés.

Exercice 2 :(4.5 points)

1) Montrer que $5^5\equiv 1[11]$ et en déduire que $5^{2019}\equiv 9[11]$.

2) On considère dans $\mathbb{Z}\times\mathbb{Z}$ l'équation (E) : $5x-3y=11$.

a) Vérifier que $(1\,;-2)$ est une solution de l'équation (E).

b) Résoudre l'équation (E).

3) Soit (a,b) une solution de (E) et d= P.G.C.D. (a,b) .

Montrer que les valeurs possibles de d sont 1 et 11.

4) Soit $n=3\times 16^{2019}+1$.

a) Déterminer le reste de la division euclidienne de n par 11.

b) Déterminer alors P.G.C.D.$\left(3\times 16^{2019}+1\ ;\ 5\times 16^{2019}-2\right)$.

Exercice 3 : (6.5 points)

1) On donne ci-dessous le tableau de variation de la fonction g définie

Sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = xe^{x-1} - 1$.

x	$-\infty$		-1		$+\infty$
$g'(x)$		$-$	0	$+$	
$g(x)$	-1	$\searrow$	$g(-1)$	$\nearrow$	$+\infty$

a) Calculer $g(1)$.

b) Déduire le signe de $g(x)$.

Dans la suite, on considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = (x-1)e^{x-1} - x$.

On désigne par (C) sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

2) a) Calculer $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x)$.

b) Montrer que la droite $\Delta : y = -x$ est une asymptote à (C) au voisinage de $-\infty$.

c) Étudier la position relative de la courbe (C) et la droite Δ.

3) Montrer que $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$ et $\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{f(x)}{x} = +\infty$.

Interpréter graphiquement les résultats.

4) a) Montrer que pour tout $x \in \mathbb{R}$, $f'(x) = g(x)$.

b) Dresser le tableau de variation de f .

c) Montrer que l'équation $f(x) = 0$ admet dans $\mathbb{R}$ exactement deux solutions α et β .

(On prendra $\alpha < \beta$).

d) Justifier que $\alpha \in]-0.4 ; -0.3[$ et $\beta \in]1.8 ; 1.9[$.

5) Dans l'annexe ci-jointe, on donne le repère (O, i, j), la droite Δ et les réels α et β .
Tracer la courbe (C) dans le repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

6) Soit un réel $\lambda < -1$ et $A(\lambda)$ l'aire de la partie du plan limitée par la courbe (C), la droite Δ et les droites d'équations : $x = \lambda$ et $x = -1$.

a) A l'aide d'une intégration par parties, montrer que $A(\lambda) = (\lambda - 2)e^{\lambda-1} + 3e^{-2}$.

b) Trouver $\lim\limits_{\lambda \to -\infty} A(\lambda)$.

Exercice 4 :(4.5 points)

Pour les réseaux informatiques, le terme de bande passante est synonyme de taux de transfert de données.

Le tableau suivant donne l'évolution en Tunisie, entre les années 2011 et 2015, du nombre d'abonnés au réseau internet par 1000 habitants et la largeur de la bande passante internationale d'internet (en Gb/S)

Année (t_i)	2011	2012	2013	2014	2015
Nombre d'abonnés au réseau internet (x_i par 1000 habitants)	80	103	128	154	159
Largeur de la bande internationale d'internet (y_i en Gb/S)	60	82.5	90	130	180

(Source : Ministère des Technologies de l'information et de communication)

On pose $x=(x_i)$, $y=(y_i)$ et $t=(t_i)$.

1) a) Donner le coefficient de corrélation linéaire de la série (t,x).

b) Déterminer une équation de la droite de régression de x en t.

c) Donner une prévision de la valeur x_i pour l'année $t_i = 2020$.

2) On envisage un ajustement exponentiel de la série (x, y). Pour cela on pose $z = \ln(y)$.

Le tableau suivant donne les valeurs de x et z arrondies à 10^{-3} près.

x_i	80	103	128	154	159
$z_i = \ln(y_i)$	4,094	4,413	4,5	4,868	5,193

a) Donner le coefficient de corrélation linéaire de la série (x, z).

b) En déduire qu'un ajustement affine de la série (x, z) par la méthode des moindres carrés est justifié.

c) Déterminer une équation de la droite de régression de z en x.

d) Etablir la relation $y = Ae^{Bx}$ où A et B sont deux réels que l'on déterminera.

3) Donner une prévision de la largeur de la bande passante internationale y_i pour l'année $t_i = 2020$.

Section : …………… …….N° d'inscription : …………… Série : …….
Nom et Prénom : ……………………………………………………………
Date et lieu de naissance : …………………………………………………

Signatures des surveillants
……………………………
……………………………

Epreuve : MATHEMATIQUES – Section : Sciences de l'informatique
(Session de contrôle 2019)

Annexe à rendre avec la copie